

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Chérif Messaâdia de Souk-Ahras

Faculté des Sciences et de la Technologie



Mémoire de Magister

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Maintenance des installations Industrielles

Thème :

Optimisation de la maintenance préventive par les algorithmes génétiques

Présenté par :

Mr. HADIBI ABDELHAK

Soutenu le : 28/04/2016

Devant le jury composé de :

Président	Pr. Khelil Khaled	Professeur à l'université de Souk-Ahras
Promoteur	Dr. Khadri Youcef	MCA à l'université d'Annaba
Examineur	Dr. Guedri Abdelmoumen	MCA à l'université de Souk-Ahras
Examineur	Pr. Merzoug Bachir	Professeur à l'université d'Annaba

REMERCIEMENT

*Grâce à **Dieu** le tout puissant qu'il m'a accordé la patience et la volonté pour terminer ce travail ; merci mon **Dieu**.*

Pour ce biais, j'adresse mes reconnaissances particulières à mes très chers parents pour leur soutien et aide sans faille qu'ils m'ont apporté durant tout le cycle de ma scolarité.

*Je tien à remercier chaleureusement mon respectueux directeur de mémoire **Dr. Youcef Khadri** pour sa patience, ses conseils et sa grande disponibilité à tout moment au cours de la réalisation de ce travail.*

*Je voudrais témoigner ma gratitude et remercier Monsieur le président de jury le professeur **K. Khelil** ainsi que le professeur **B. Merzoug** et le docteur **A. Guedri** qui ont accepté avec bienveillance d'être membre de jury.*

*Je remercie également mon ami et mon collègue **H. Salim** pour son appréciable soutien au cours de notre formation de magister qu'il trouve ici l'expression de ma respectueuse gratitude.*

Enfin, je remercie tous ceux qui ont participé de près ou de loin, à la réalisation de ce travail et que l'on pas pus les citer.

Abdelhak HADIBI

Dédicaces

*Je dédie ce travail en guise de reconnaissance, d'amour et d'affection à **mes parents**, qu'ils veillent bien accepter ce travail comme témoignage de ma profonde gratitude pour toute la patience et les sacrifices qu'ils ont consentis pour l'éducation dans le respect des autres de leurs enfants, et dont je suis à jamais redevable.*

A mes frères, A ma sœur

A tout les membres de ma famille

A tout mes amis

*A toute ma promotion de magister
Du long chemin avec tous mes vœux de succès*

*A tous ceux que j'aime
A tous ceux qui m'aiment.*

Abdelhak HADIBI

Résumé:

La maîtrise de la maintenance des installations industrielles, notamment les coûts dus à la mise en œuvre des politiques préventives est très intéressante du fait de l'importance croissante de ce service dans les chaînes de production. L'objectif de notre travail est d'optimiser la maintenance préventive de deux systèmes mécaniques, un compresseur RI80-5 (système mono-partie) et une grue MGHK (système multi-parties). Pour cela, on a proposé un modèle de coût correspondant à la politique de maintenance périodique avec réparation minimale à la défaillance et on a mobilisé la technique stochastique qui est les algorithmes génétiques en vue d'optimiser les périodicités des révisions partielles tout en minimisant le coût global. On a comparé les solutions de l'algorithme génétique avec celles des méthodes déterministes et les résultats ont été satisfaisants. Le programme réalisé a été validé par un outil d'optimisation fourni par Matlab.

Mots clés : Fiabilité, Maintenance Préventive, Optimisation, Algorithme Génétique.

Abstract:

The control of the maintenance of the industrial installations, in particular the cost due to the implementation of the preventive policies is very interesting because of the increasing importance of this department in production lines. The objective of our work is to optimize the preventive maintenance of two mechanical systems, a compressor RI80-5 (system mono-part) and a crane MGHK (system multi-parts). For that purpose, we proposed a model of cost corresponds to the periodic maintenance with minimal repair in the failure policy and we mobilized the stochastic technique which is the genetic algorithms there seen to optimize the periodicities of the partial

revisions while minimizing the global cost. We compared the solutions of the genetic algorithm with those of the determinist methods and the results were satisfactory. The realized program was validated by the optimization tool supplies by Matlab.

Key words: Reliability, Preventive Maintenance, Optimization, Genetic Algorithm.

ملخص:

إن التحكم في صيانة التجهيزات الصناعية وتحديد التكاليف الناتجة عن تفعيل سياسات وقائية جد هام نظرا للأهمية المتزايدة لهذه الخدمة في السلاسل الإنتاجية. الهدف من هذا العمل هو تحسين الصيانة الوقائية لنظامين ميكانيكيين هما جهاز ضغط "RI80-5" (آلة أحادية التركيب) و رافعة "MGHK" (آلة مركبة من عدة وحدات). وقد اقترحنا من اجل ذلك نمودجا للكلفة يتماشى و سياسة الصيانة الدورية مع إصلاح أدنى للعطل ، واستعملنا إحدى التقنيات العشوائية و هي الخوارزميات الجينية من اجل تحسين الأدوار الزمنية الخاصة بالمراجعات الجزئية مقلصين بذلك الكلفة الإجمالية. كما قمنا بمقارنة الحلول الناتجة عن الخوارزميات الجينية مع تلك المتعلقة بالطرق ذات الحلول الدقيقة و كانت النتائج مرضية. و قد تم التحقق من صحة البرنامج المنجز عن طريق وسيلة تحسين افتراضية يوفرها برنامج " ماتلاب " .

الكلمات المفتاحية: الموثوقية، الصيانة الوقائية، التحسين، الخوارزميات الجينية

➤ **Liste des tableaux :**

Nº	Titre	Page
IV.1	Historique des pannes du compresseur	67
IV.2	Calcul de $f(t)$ « la fonction de répartition réelle »	68
IV.3	Calcul de $F(t)$ « la fonction de répartition théorique »	69
IV.4	Calcul de $D_{n,max}$	70
IV.5	Les données de l'application (cas du compresseur)	72
IV.6	$T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par la méthode de dérivation (Cas du compresseur)	72
IV.7	$T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par la méthode du nombre d'or (Cas du compresseur)	74
IV.8	$T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par l'algorithme génétique (Cas du compresseur)	75
IV.9	Comparaison des résultats du 1 ^{er} cas	75
IV.10	Données de défaillance de la grue	76
IV.11	Données des coûts et du paramètre K	76
IV.12	$T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par la méthode de dérivation (Cas de la grue)	77
IV.13	$T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par la méthode du nombre d'or (Cas de la grue)	78
IV.14	$T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par l'algorithme génétique (Cas de la grue)	79
IV.15	Comparaison des résultats du 2 ^{ème} cas	80

➤ **Liste des figures :**

Nº	Titre		Page	
I.1	L'approche de la réduction de l'âge pour la maintenance		6	
II.1	Méthodes d'optimisation stochastiques		23	
II.2	Principe d'une méthode évolutionniste		26	
II.3	Principe général d'un algorithme génétique		28	
II.4	Codage des données		30	
II.5	Croisement à 1 point	a)	Pour le cas général	32
		b)	Pour an cas binaire	
II.6	Croisement à 2 points	a)	Pour le cas général	33
		b)	Pour an cas binaire	
II.7	Croisement barycentrique		34	
II.8	Principe de l'opérateur de mutation	a)	Pour le cas général	35
		b)	Pour an cas binaire	
IV.1	Evolution du coût C en fonction de T (cas du compresseur)		72	
IV.2	Schéma de l'algorithme		74	
IV.3	Evolution du coût C en fonction de T (cas de la grue)	a)	Partie levage	77
		b)	Partie rotation	78
IV.4	l'interface de l'outil « optimization tool » du MATLAB		81	
IV.5	Insertion de la fonction objectif dans l'outil d'optimisation		81	
IV.6	T_{optimal} et C_{minimal} obtenus par l'outil d'optimisation du Matlab	a)	1 ^{ère} exécution	82
		b)	2 ^{ème} exécution	82
		c)	3 ^{ème} exécution	83

Table des matières

Introduction générale :	1
CHPITRE - I : Etat de l'art sur l'optimisation de la maintenance	3
<i>I.1. Introduction</i>	4
<i>I.2 Optimisation de la maintenance préventive</i>	5
<i>I.2.1 Considération de la maintenance corrective du point de vue coût</i>	6
<i>I.2.2 Considération de la maintenance corrective comme un Échec Minimal</i>	9
<i>I.2.3 Considération Simultanée de la maintenance corrective et préventive</i>	9
<i>I.3. Optimisation de la maintenance basée sur le risque</i>	9
<i>I.4. Optimisation de la maintenance avec contrainte de sécurité</i>	11
<i>I.5. Simulation des modèles d'optimisation</i>	13
<i>I.6. Conclusion</i>	14
CHAPITRE – II : Méthodes d'optimisation	16
<i>II.1 Introduction</i>	17
<i>II.2 Les méthodes de résolution exactes</i>	17
<i>II.2.1 La méthode séparation et évaluation (Branch and Bound)</i>	17
<i>II.2.2 La méthode de coupes planes (Cutting-Plane)</i>	18
<i>II.2.3 La méthode (Branch and Cut)</i>	19
<i>II.2.4 La méthode de la génération de colonnes</i>	20
<i>II.2.5 Les méthodes mathématiques</i>	20
<i>II.3 Méthodes stochastiques</i>	22
<i>II.3.1 Monte-Carlo</i>	23
<i>II.3.2 Le recuit simulé</i>	23
<i>II.3.3 La recherche Taboue</i>	24
<i>II.3.4 Méthodes évolutionnistes</i>	25
<i>II.4. Les algorithmes génétiques</i>	27
<i>II.4.1 Principe générale</i>	27
<i>II.4.2 Structure de l'algorithme génétique</i>	29
<i>II.4.2.1 Codage et décodage des données</i>	29
<i>II.4.2.2 Génération aléatoire de la population initiale</i>	30
<i>II.4.2.3 Gestion des contraintes</i>	31

II.4.2.4 Opérateur de croisement.....	31
II.4.2.5 Opérateur de mutation.....	34
II.4.2.6 Principes de sélection.....	35
II.5 Conclusion.....	38
CHAPITRE - III : Modèles du coût de la maintenance selon la politique utilisée.....	39
III.1. Introduction	40
III.2. Des notions sur la maintenance.....	40
III.2.1. Définitions normalisées.....	40
III.2.2. Effets de la maintenance sur les systèmes.....	40
III.3 Notions de la fiabilité.....	42
III.3.1 Définition	42
III.3.2. Modèle de WEIBULL.....	44
III.3.3 Test d'ajustement Test de Kolmogorov- Smirnov.....	46
III.4. Politiques de maintenance pour systèmes élémentaires.....	47
III.4.1. Politique de maintenance préventive dépendant de l'âge.....	47
III.4.2. Politique de maintenance préventive périodique.....	49
III.4.3. Politique de remplacement périodique avec réparation minimale.....	50
III.4.4 Politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale.....	51
III.4.5. Autres politiques de maintenance pour systèmes mono-composants.....	52
III.5. Politiques de maintenance pour systèmes multi-composants.....	52
III.5.1. Dépendances entre les composants d'un même système	52
III.5.2. Politique de regroupement des maintenances correctives.....	53
III.5.3. Politique de regroupement des maintenances préventives.....	55
III.5.3.1. Politique mono-groupe (maintenance en bloc).....	55
III.5.3.2. Politique multi-groupes.....	56
III.5.4. Politique de regroupement des maintenances préventives avec les maintenances correctives (maintenance opportune).....	58
III.5.5. Politique de regroupement dynamique.....	59
III.6. Autres modèles de maintenance pour systèmes multi-composants.....	60
III.7. Conclusion.....	63
CHAPITRE - IV : Minimisation du coût de la maintenance préventive par un algorithme génétique.....	64
IV.1. Introduction.....	65
IV.2. Développement du model de coût.....	65

<i>IV.2.1. Model général de la politique choisie</i>	65
<i>IV.2.2. Model simplifié</i>	65
<i>IV.3 Application industrielle</i>	67
<i>IV.3.1 Cas d'un compresseur RI80-5</i>	67
<i>IV.3.1.1 Collection des données</i>	67
<i>IV.3.1.2 Détermination des paramètres de Weibull</i>	68
<i>IV.3.1.3 Test de validation de (KOLMOGOROV- SMIROV)</i>	69
<i>IV.3.1.4 Optimisation a l'aide d'une dérivation simple</i>	71
<i>IV.3.1.5 Optimisation avec la méthode du nombre d'or</i>	73
<i>IV.3.1.6 Optimisation avec l'algorithme génétique</i>	74
<i>IV.3.1.7 Interprétation des résultats du 1^{er} cas</i>	76
<i>IV.3.2 Cas d'une grue (MGHK)</i>	76
<i>IV.3.2.1 Données de défaillance et de maintenance</i>	76
<i>IV.3.2.2 Optimisation a l'aide d'une dérivation simple</i>	77
<i>IV.3.2.3 Optimisation avec la méthode du nombre d'or</i>	78
<i>IV.3.2.4 Optimisation avec l'algorithme génétique</i>	79
<i>IV.3.2.5 Interprétation des résultats de 2^{ème} cas</i>	80
<i>IV.4 Validation du programme de l'algorithme génétique</i>	80
<i>IV.5 Conclusion</i>	84
<i>Conclusion générale</i>	85
<i>Annexe</i>	87
<i>References</i>	91

Introduction générale :

Aujourd'hui, La maintenance occupe une place très importante dans la chaîne de fabrication car l'échec d'un système pendant la production peut avoir des conséquences directes et indirectes extrêmement préjudiciables pour le système et pour d'autres fonctions de l'entreprise. L'échoue d'une machine peut générer : des retards de livraison, des pertes de clients, des stocks de produits finis plus importants, des difficultés de trésorerie...etc.

Les pannes soudaines sont parfois très coûteuses et la perte de production pendant les interventions correctives engendre un manque de gain qui peut affecter les bénéfices de l'entreprise. Si l'on y ajoute les problèmes de sécurité, la qualité de production amoindrie et la perte éventuelle de réputation pour l'entreprise, il devient évident que de telles pannes ne doivent pas être tolérées ; là où la maintenance préventive s'impose.

L'optimisation de la Maintenance Préventive est un processus d'amélioration de leur rendement et leur efficacité. Ce processus essaie d'équilibrer les exigences de la maintenance préventive (législatif, économique, technique,...etc.) et les ressources utilisés pour la réalisation de leur programme (main d'œuvre, pièces de rechange, articles de consommation, équipement,...etc.). Le but d'optimisation de la maintenance préventive est de choisir la politique appropriée pour chaque équipement et l'identification de la périodicité de cette politique devrait être effectuée pour atteindre les objectifs concernant la sécurité, la fiabilité des équipements et la disponibilité du système. Quand une optimisation de la maintenance préventive est efficacement mise en œuvre les coûts globaux de cette dernière seront réduits.

Le premier chapitre de ce travail présente le cadre de l'étude et les différents types d'optimisation de la maintenance après une examination de la littérature. Le deuxième chapitre est consacré à la description des fondements théoriques d'optimisation et les différentes méthodes d'optimisation qui sont classés en

deux grandes catégories : les méthodes de résolution exacte et les méthodes stochastiques. Le chapitre III regroupe les modèles du coût de la maintenance selon la politique utilisée, en mettant la lumière sur le modèle de la maintenance périodique imparfaite avec réparation minimal qui sera utilisé dans l'application industrielle. Le dernier chapitre décrit la démarche de minimisation du coût de la maintenance préventive par un algorithme génétique, ce chapitre représente le cœur de ce mémoire et traite deux cas pratiques :

- Cas d'un compresseur RI80-5 : Dans cette application on a minimisé le coût de maintenance d'un compresseur situé à la centrale à oxygène au sein du complexe sidérurgique d'El-Hadjar.
- Cas d'une grue portuaire mobile: l'optimisation du coût de la maintenance préventive d'une grue portuaire mobile du terminal à conteneurs de Bejaia.

Le programme de l'algorithme génétique a été validé avec un outil d'optimisation fourni par Matlab et les solutions de cette technique sont comparées avec les résultats des méthodes de résolution exacte.

CHPITRE - I :

Etat de l'art sur

l'optimisation de la

maintenance

I.1. Introduction :

L'importance de la fonction de maintenance et leur gestion a considérablement grandi dans tous les secteurs d'organisations des services et de fabrication. La raison principale est due à l'expansion continue dans le stock capital, les exigences pour le fonctionnement des systèmes et l'externalisation de la maintenance. La gestion de la maintenance gagne l'importance, et le support de la science est nécessaire pour l'améliorer. En théorie, la gestion de la maintenance pourrait avoir profité de l'apparition d'un grand domaine dans la recherche d'opérations, appelée l'optimisation de maintenance [1, 2].

Selon Dekker [1] et Sandve & Aven [3] l'intérêt du développement et la mise en œuvre d'une optimisation de la maintenance commencée au début des années 1960 par des chercheurs comme Barlow, Proschan, Jorgenson, McCall, Radner et Chasseur. Les modèles célèbres provenant de cette période sont l'âge prétendu et les modèles de remplacement de bloc. Dans les modèles types âge le moment de l'action de maintenance dépend de l'âge du système, cependant pour le block type pose on connaît le moment de l'action de la maintenance à l'avance, il ne dépend ni de l'âge, ni de l'état du système [4]. Un modèle d'optimisation de maintenance est un modèle (stochastique) mathématique qui a pour but de quantifier les coûts (dans un large sens) et de trouver l'équilibre optimum entre le coût de maintenance d'un côté et le coût associé (allocation) de l'autre [3]. Il y a eu une littérature vaste sur les modèles d'optimisation de maintenance.

L'optimisation de maintenance est la chose la plus critique dans la production puisque l'échec d'un système pendant l'opération réelle peut être un événement coûteux et dangereux. Quand une machine échoue à opérer dans un système, il y retarde vraiment non seulement le temps d'achèvement des opérations assignées, mais affecte aussi toutes les autres opérations planifiées dans le système. Par conséquent, les emplois ne peuvent pas être finis à l'heure et il incitera la pénalité et la mauvaise réputation à l'entreprise [5]. Ce processus d'optimisation peut utiliser des méthodes différentes. Il peut être fait en ajoutant des caractéristiques et les conditions qui font la politique de maintien plus réaliste, par exemple en prenant en compte des conditions de travail, le calendrier de production de l'industrie, des problèmes de sécurité, des actions parfaites et imparfaites. Généralement les

modèles d'optimisation de maintenance sont classifiés selon la façon qu'ils décrivent et représentent la variabilité naturelle et l'incertitude dans le paramètre, le modèle et le scénario. L'utilisation de méthodes déterminées ne fournit pas d'informations sur le risque potentiel qui aboutit à la planification de maintenance non-optimale pour des usines de processus. Cependant, des modèles Probabilistes utilisent des distributions de probabilité pour décrire et représenter la variabilité naturelle et l'incertitude dans des cas différents [6].

I.2 Optimisation de la maintenance préventive :

Parmi les différents types de politique de maintenance, la maintenance préventive est largement appliquée dans de grands systèmes comme les systèmes de production, les systèmes de transport... etc. La maintenance préventive consiste sur un ensemble de gestion ainsi que des actions administratives et techniques pour réduire les âges des composants afin améliorer la disponibilité et la fiabilité d'un système (c'est-à-dire, la réduction de la probabilité d'échec ou le niveau de dégradation du composant d'un système). Ces actions peuvent être caractérisées par leurs effets sur l'âge du composant : le composant devient "comme neuf", l'âge du composant est réduit, ou l'état du composant est légèrement affecté seulement pour assurer ses conditions de fonctionnement nécessaires, le composant semble être "aussi vieux". La maintenance préventive correspond aux actions maintenance qui arrivent quand le système opère. Cependant, les actions qui arrivent après que le système s'écroule (tombent en panne) sont regroupé sous le titre de maintenance corrective. Certaines dépenses majeures encourues par l'industrie sont liées aux remplacements et aux réparations de machines industrielles dans des processus de production. La maintenance préventive est une approche principale adoptée pour réduire ces coûts [7]. Bien que la maintenance corrective ait une influence directe sur les composants d'un système, elle n'a pas été suffisamment étudiée. Récemment, les études commencent à se concentrer sur l'optimisation de la maintenance préventive. Traditionnellement, des calendriers d'intervention de maintenance préventive optimaux ont été obtenus en utilisant les modèles qui impliquent la minimisation des coûts encourus par rapport aux activités de maintenance. Pour considérer la politique de la maintenance préventive et la maintenance corrective, dans la section suivante plusieurs modèles d'optimisation de la politiques de la

maintenance préventive sont passés en revue et catégorisés basés sur leur approche pour prendre en compte l'effet de la maintenance corrective.

I.2.1 Considération de la maintenance corrective du point de vue coût :

Dedopoulos et Al [8]. a développé un modèle qui détermine le nombre optimal d'activités de la maintenance préventive à être prévu dans un horizon de temps d'intérêt, la mesure de la maintenance préventive au moyen d'une réduction d'âge de l'unité (la Figure I.1) et la valeur optimale correspondante du bénéfice attendu. On considère une unité simple marchant dans un mode de fonctionnement continu caractérisé par un taux de défaillance croissant. Pour les activités de la maintenance corrective, seulement on considère leurs coûts correspondants.

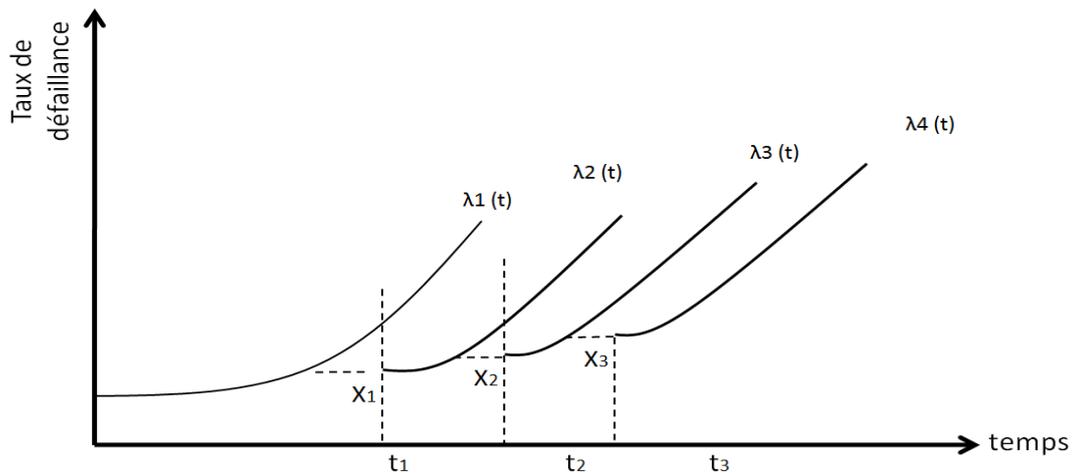


Fig. I.1: L'approche de la réduction de l'âge pour la maintenance.

Sous le titre d'optimisation de la maintenance préventive, Tsai et Al [9] ont présenté la maintenance préventive périodique d'un système avec des composants détériorés. On considère simultanément deux activités, la maintenance préventive simple et le remplacement préventif, arranger le calendrier de la maintenance préventive d'un système. La combinaison d'activités optimale signifiant la détermination de l'action (s) exigée pour les composants de la maintenance préventive sur chaque étape en utilisant algorithmes génétiques. L'effet de la maintenance corrective est seulement pris en compte du point de vue de coût. La même question est répétée avec Parc et d'autres [10]. Quand les auteurs ont essayé de minimiser le coût d'une politique de maintien périodique d'un système soumis à une dégradation ralentie. Chaque maintenance préventive soulage le stress ralentit temporairement et par conséquent le taux de dégradation de système, tandis que le taux de danger du système reste

monotone à l'augmentation. Le nombre optimal et la période pour la maintenance préventive périodique qui minimise le taux du coût attendu par unité de temps sur une période de temps infinie sont obtenus. On considère aussi le cas quand le coût de réparation minimal varie avec le temps et on donne des solutions explicites pour la maintenance préventive périodique optimale pour le cas de distribution Weibull. Pour traiter un problème d'optimisation de maintenance pour un système de série, Duarte et Al [11] ont développé un algorithme pour déterminer la fréquence optimale pour exécuter la maintenance préventive dans des systèmes exposant des taux de danger croissants linéaires et un taux de réparation constant, pour assurer sa disponibilité. Basé sur cet algorithme les auteurs ont développé un autre pour optimiser la gestion de la maintenance d'un système de série basé sur la maintenance préventive sur les différents composants du système. On suppose que tous les composants du système exposent toujours un taux de danger linéairement croissant et un taux de réparation constant et que la maintenance préventive apporterait le système à un état de condition comme neuf. L'algorithme calcule l'intervalle de temps entre des actions de maintenance préventives pour chaque composant, minimisant les coûts et de telle façon que le temps mort total, dans une certaine période de temps, n'excède pas une valeur prédéterminée. L'intervalle de maintenance de chaque composant dépend des facteurs comme le taux d'échec, la réparation et les temps de maintenance de chaque composant dans le système. Il peut être observé que la méthode analytique proposée est une technique faisable pour optimiser la planification de la maintenance préventive de chaque composant dans un système de série.

1.2.2 Considération de la maintenance corrective comme un Échec Minimal :

Beaucoup d'études proposent les politiques de la maintenance préventive optimisées tandis qu'ils ont considéré la maintenance corrective comme un échec minimal. Hsu [12] a développé un modèle analytique pour exécuter l'optimisation commune de la maintenance préventive et les politiques de remplacement dans un système de production semblable à la file d'attente avec réparation à échec minimale. Une politique est considérée qui appelle à une opération de maintenance préventive quand les parties « N » ont été traitées. Si un échec arrive et au moins K des opérations de maintenances préventives ont été effectuées, le système est remplacé

par un nouveau. Autrement, un échec est manipulé par la réparation minimale. Un modèle analytique est développé et l'argument de la théorie de récompense de renouvellement est utilisé pour fournir le bénéfice attendu de longue durée par unité de temps pour une maintenance donnée et une politique de remplacement.

Levitin et Al [13] ont généralisé un problème d'optimisation de maintenance préventive des systèmes de multi-état, qui ont une gamme de niveaux de performance. La fiabilité d'un système multi-état est définie comme la capacité de satisfaire la demande donnée. La fiabilité des éléments de système est caractérisée par leurs fonctions de danger. Les actions de maintenance préventives possibles sont caractérisées par leur capacité d'affecter l'âge efficace d'équipement. Un algorithme est développé qui obtient l'ordre de système de fourniture d'actions de maintenance fonctionnant avec le niveau désiré de fiabilité pendant sa durée de vie par le coût de maintenance minimal. Pour évaluer la fiabilité d'un système multi-état, une technique de fonction de production universelle est appliquée. Un algorithme génétique (AG) est utilisé comme une technique d'optimisation. Les procédures AG de base adaptées au problème donné sont présentées.

Des politiques de maintenance préventive conventionnelles tiennent généralement le même intervalle de temps pour des activités de maintenance préventive et sont souvent appliquées avec des modes d'échec connus. Le même intervalle de temps donnera des fiabilités inévitablement diminuant aux activités de maintenance préventive pour le système de dégradation avec l'effet de maintenance préventive imparfait et les modes d'échec connus peuvent être imprécis en pratique. Pour éviter ce problème, Zhao [14] a présenté une politique de maintenance préventive avec le niveau de fiabilité critique. Par la supposition de ce système après qu'une action de maintenance préventive commence un nouveau processus d'échec, un paramètre prétendu le ratio de dégradation est présenté pour représenter l'effet imparfait. Cette loi est valable à n'importe-quel modes d'échec qui pourraient être convenablement renvoyés comme "un modèle d'iso dégradation général" et le ratio de dégradation comme "un ratio d'iso dégradation général". De plus, la disponibilité de cycle de vie et des fonctions de coût sont tirés pour le système avec la politique. Une analyse des données de terrain d'un chargement et déchargement de la machine indique que la

fiabilité, la disponibilité et le coût du cycle de vie pourraient être bien modelées par la théorie et l'approche présente.

Bartholomew-Biggs et Al [15] ont présenté une formulation de la maintenance préventive impliquant la minimisation globale d'une non lisse fonction de performance. Les auteurs considèrent des modèles et les algorithmes de solution qui peuvent être utilisés pour déterminer les calendriers de la maintenance préventive qui optimisent une mesure de performance du système (par exemple, minimisant le coût moyen sur une durée de vie (fonctionnement) ou maximisant la durée de vie (fonctionnement) par coût unitaire).

I.2.3 Considération Simultanée de la maintenance corrective et préventive :

L'effet de la maintenance corrective sur le taux d'échec des composants et par conséquent sur le système global est souvent négligé dans le contexte de la maintenance préventive. Il y a un écart dans les modèles existants pour évaluer cet effet et très petite littérature offre la possibilité de le considérer. Samrout et Al [7] ont proposé une nouvelle méthode qui permet de prendre l'effet de la maintenance corrective en considération en planifiant la politique de la maintenance préventive. Dans ce but, la fonction de danger proportionnelle a été utilisée comme un outil de modélisation. La technique de réduction d'âge a été utilisée pour déterminer le nombre "dynamique" d'actions correctives appliquées. La comparaison établie montre l'importance de l'effet de la maintenance corrective sur le taux d'échec et par conséquent sur la politique de la maintenance préventive adoptée.

I.3. Optimisation de la maintenance basée sur le risque :

Récemment, l'approche à l'optimisation de la maintenance basée sur le risque a été adressée par beaucoup de chercheurs. L'optimisation de la maintenance basée sur le risque analyse l'effet sur les objectifs principaux des ensembles alternatifs de stratégies, où chaque ensemble exprime une action de maintenance alternative pour chacun des composants/unités appropriés à l'étude. Ainsi, il est désirable d'établir des modèles d'optimisation pour identifier des actions de maintenance et les stratégies qui sont les meilleures appropriées pour réaliser les objectifs. En évaluant la relation entre des coûts et des avantages associés à chaque alternative de maintenance, les stratégies "optimales" peuvent être déterminées. Les modèles

fournissent la base pour des décisions, et traitent la prédiction de performance future des systèmes conformément aux stratégies de maintenance alternatives. De telles prédictions sont normalement soumises aux incertitudes, comme les effets d'actions de la maintenance appliquées sur les objectifs organisationnels sont durs de déterminer. Ceci mène des managers à une approche basée sur le risque [16].

Vatn et Al [17] ont présenté une approche pour identifier le calendrier de la maintenance optimal pour les composants d'un système de production. La Sécurité, la santé et des objectifs d'environnement, les coûts de maintenance et les coûts de production perdue sont tous pris en considération et la maintenance est ainsi optimisée en ce qui concerne ces objectifs multiples. Cette approche à l'optimisation de la maintenance profite de divers domaines, par exemple, la théorie de décision, l'analyse de risque et le modelage de la maintenance et la fiabilité.

Apeland et Aven [16] ont présenté des cadres probabilistes alternatifs pour l'optimisation de la maintenance basée sur le risque, utilisant une approche Bayésienne. Le Classique Bayésien et l'approche entièrement Bayésienne en risque et les analyses de risque sont examinées. Ces approches représentent deux cadres complètement différents pour traiter le risque et l'incertitude. Les auteurs discutent quelques caractéristiques clés des cadres incluant le traitement d'incertitude et le type de mesures de performance à être utilisé et clarifié que comment le risque et l'incertitude devraient être exprimés et interprétés dans une optimisation de la maintenance appropriée. On conclut que, exécutant une optimisation détaillée pour tous les composants n'est pas acceptable, qui exigerait trop de temps et de ressources. Seulement dans les cas avec de hauts risques et de grandes incertitudes, la modélisation d'optimisation détaillée peut être justifiée.

L'optimisation de la maintenance basée sur le risque devrait être étroitement intégrée dans la gestion de la maintenance et les activités. Dans la littérature précédente seulement quelques aspects des tâches de gestion de la maintenance liées à l'optimisation sont examinés qui implique un besoin de nouvelles études dans ce domaine.

I.4. Optimisation de la maintenance avec contrainte de sécurité :

La plupart des modèles d'optimisation de la maintenance concentre sur les coûts de la maintenance planifiée et corrective, mais n'incorporent pas explicitement la dimension de la contrainte de sécurité. Il y a cependant un nombre croissant de modèles liant la maintenance et les contraintes de sécurité. L'étude qui a été faite par Vatn et Al [17] est une des tous premiers travaux sur ce sujet.

Aven et Castro [18] ont ajouté une nouvelle dimension à la théorie de remplacement de la réparation minimale en présentant deux types d'échecs, où on est de sécurité critique. On considère des niveaux différents pour la contrainte de sécurité. L'optimisation produit le support de décision en fournissant des informations sur les conséquences d'imposer des exigences de niveau diverses de sécurité.

Vatn et Aven [19] ont proposé un cadre complet pour l'optimisation de la maintenance où les décisions avec un haut impact de sécurité sont déplacées du département de maintenance "au Conseil de Sécurité" pour une discussion plus large. Cependant, puisque l'optimisation de la maintenance implique des centaines ou des milliers de décisions il n'est pas raisonnable d'avoir ces sortes de discussions pour toutes les décisions. Le Conseil de Sécurité est impliqué à plusieurs pas importants de l'optimisation de maintenance. D'abord dans une discussion plus générale d'établissement de priorités et compromis de valeur. Alors le département de maintenance exécute des analyses exigées pour inventer un projet du programme de maintenance. Ensemble avec ce programme proposé aussi les problèmes de sécurité principaux liés à la maintenance sont mis en évidence. Alors il y a une large discussion des problèmes de sécurité principaux dans le Conseil de Sécurité. Dans une telle discussion, on donne des directives principales au département de la maintenance. Un plan de maintenance révisé est alors préparé par ce département et le plan est finalement approuvé par le Conseil de Sécurité. Les suivant sont certains des éléments importants du cadre proposé :

- Identification des membres du conseil de sécurité;
- Le cadre normatif prescriptive;
- Le cadre mathématique et l'optimisation préliminaire;
- Compilation des résultats;

- Examen critique du plan de la maintenance par le conseil de sécurité;
- La mise à jour du programme de la maintenance et l'approbation finale.

Comme une dernière remarque, les auteurs ont inscrit un certain "pour" et "contre" leur cadre suggéré. Sur le côté positif, le cadre permet l'organisation :

- soit plus conscient à propos de la maintenance importante en questions d'influence sur la sécurité;
- S'assurer que les incertitudes importantes sont discutées et non seulement cachées derrière des chiffres de probabilité.

Sur le côté négatif, les points suivants ont été inscrits :

- Une couche administrative supplémentaire est présentée. Ceci exige des ressources et le temps à être alloué, qui pourrait avoir été dépensé sur la maintenance réelle;
- Il y a un risque que trop de publications sont soulevées au conseil de sécurité, et par conséquent il est dur de voir l'image plus grande. Donc, il est important d'une façon critique d'évaluer quelles sujets devraient être discutés dans le Conseil de Sécurité;
- Si le Conseil de Sécurité traite seulement les publications d'optimisation, l'accent de l'exécution de maintenance pourrait être perdu. Donc, on recommande aussi que le département de maintenance fournisse des rapports en se concentrant sur la qualité de l'exécution de la maintenance;
- Comme pour tous les changements de processus de travail dans une organisation c'est de travailler dur pour vraiment atteindre les objectifs fixés. Jusqu'ici nous avons peu d'expérience sur comment un Conseil de Sécurité travaillera en pratique dans ce contexte.

Les auteurs principalement concentrés sur l'établissement d'un programme de maintenance préventive. Cependant, des stratégies correctives et comment suivre l'arriéré de la maintenance sont aussi des questions importantes à être discuté par le Conseil de Sécurité.

I.5. Simulation des modèles d'optimisation:

Par suite de la complexité des modèles analytiques, des limitations à la simplification d'eux et des suppositions peu réalistes (comme la supposition du taux d'échec constants), beaucoup d'études ont utilisé des techniques de simulation pour la modélisation et l'optimisation des politiques de maintenance.

Allaoui et Artiba [20] ont examiné le magasin de flux hybride prévoyant le problème sous des contraintes de maintenance pour optimiser plusieurs objectifs basés sur le temps de flux et la date d'échéance. Dans ce modèle, les auteurs prennent aussi en considération la configuration, le temps de nettoyage et de transport. Puisque ce problème d'industrie en réalité représente la complexité double (algorithmique et structurel-fonctionnel), les auteurs illustrent l'approche d'intégrer la simulation et l'optimisation pour le traiter. Utilisant une étude d'expérimentation on montre que la performance d'heuristique appliquée à ce problème peut être affectée par le pourcentage des temps de répartition.

Rezg et Al [21] ont présenté un contrôle optimal des stocks communs et une stratégie de maintenance préventive pour une unité de production aléatoirement échouant qui fournit une chaîne de montage fonctionnant selon une configuration juste à temps. Selon cette stratégie, l'unité de production est soumise à une politique de maintenance préventive à base d'âge consistant à l'exécution d'une action de maintenance aussitôt que l'unité atteint un certain âge T ou à l'échec qui survient en premier. On considère conjointement la constitution d'un stock tampon après chaque action de maintenance pour se protéger contre le manque de capacité futur pendant la réparation ou des actions de maintenance planifiées dont les durées respectives sont aléatoires. Deux approches ont été considérées pour modeler la stratégie proposée et déterminer simultanément les valeurs optimales des variables de décision qui sont l'âge pour le maintien préventif T et le niveau de stock d'amortissement h . La première approche est basée sur un modèle mathématique exprimant le coût moyen total par unité de temps sur un horizon infini comme une fonction des variables de décision. En plus de sa complexité relative, le modèle mathématique compte sur quelques suppositions d'approximation. La deuxième approche est basée sur une combinaison de simulation, la conception expérimentale et l'analyse statistique qui a fourni la fonction de coût liée à la stratégie d'exploitation

proposée en termes de facteurs principaux significatifs et des interactions liées aux variables de décision T et h . En plus du fait que la deuxième approche utilise un modèle de simulation permet d'aller au-delà de quelques suppositions restrictives, il fournit une évaluation simple de la fonction de coût dont les meilleures valeurs de h et de T peuvent facilement être obtenues. Pour étant donné l'ensemble de paramètres, les deux approches ont été comparées, les résultats numériques obtenus avaient le même ordre.

Boschian et Al [4] ont comparé deux stratégies pour opérer un système de production composé de deux machines marchant en parallèle et un stock aval fournissant une chaîne d'ensemble. Les deux machines, qui sont enclines aux échecs aléatoires, subissent des opérations de maintenance préventives et correctives. Ces opérations avec une durée aléatoire font les machines indisponibles. De plus, pendant des opérations de sous-traitance habituelles, une de ces machines devient indisponible pour fournir le stock aval. Dans la première stratégie on suppose que la périodicité d'opérations de maintenance préventives et le taux de production de chaque machine est indépendante. La deuxième stratégie suggère une interaction entre les périodes d'indisponibilité et les taux de production des deux machines pour minimiser les pertes de production pendant ces périodes. Un modèle de simulation pour chaque stratégie est développé afin de pouvoir les comparer et de déterminer simultanément le timing de la maintenance préventif sur chaque machine considérant le coût moyen total par unité de temps comme le critère de performance. On considère alors la deuxième stratégie est ensuite examiné, et une analyse de multicritères est adoptée pour atteindre le meilleur compromis coût de disponibilité.

Donc, on peut conclure que pour les situations qui sont difficiles à étudier analytiquement, l'approche de la simulation peut porter de grande aide pour traiter ces problèmes.

I.6. Conclusion :

Basé sur l'examen de la littérature, on conclut que la plupart de la littérature adresse des solutions d'optimisation dans des environnements statiques. Cependant, dans le monde d'aujourd'hui avec le change rapide des demandes, la haute concurrence et

le haut niveau des exigences de maintenance, il sera de plus en plus difficile de maintenir une bonne performance en utilisant les techniques de solution statiques existantes. La recherche dans le domaine de l'optimisation de la maintenance devrait maintenant bouger vers le développement des modèles, des algorithmes et les heuristiques qui incluent les aspects dynamiques et stochastiques des affaires actuelles. Dans ce contexte, il est conseillé de développer les approches qui optimisent simultanément les politiques de maintenance et les différents aspects de gestion des tâches de maintenance. Basé sur l'examen de la littérature, une recherche plus détaillée peut aussi prendre acte pour chacune des questions suivantes :

- Les modèles d'optimisation avec des analyses Simultanées de la maintenance corrective et la maintenance préventive.
- Les modèles d'optimisation pour intégrer la maintenance basée sur le risque aux affaires et à la gestion de la maintenance.
- Les Modèles et les approches pour optimiser simultanément les politiques de la maintenance et les différents aspects de gestion de ses tâches.

CHAPITRE - II :

Méthodes

d'optimisation

II.1 Introduction :

Les méthodes d'optimisation sont nombreuses. Cependant, On peut les classer en deux grandes catégories : les méthodes de résolution exactes et les méthodes stochastiques. Dans la première classe, on rencontre toutes les méthodes qui cherchent le minimum d'une fonction en se basant sur la connaissance d'une direction de recherche, souvent donnée par le gradient de cette fonction. Dans le cas d'optima multiples, elles s'arrêtent sur le premier rencontré. Les méthodes stochastiques sont une alternative pour pallier cet inconvénient. Les trois méthodes stochastiques les plus répandues sont les algorithmes génétiques, le recuit simulé et la recherche taboue. Elles sont capables de trouver le minimum global d'une fonction même dans des cas très difficiles, mais le temps de calcul peut être élevé.

II.2 Les méthodes de résolution exactes :

Nous présentons d'abord quelques méthodes de la classe des algorithmes complets ou exacts, ces méthodes donnent une garantie de trouver la solution optimale pour une instance de taille finie dans un temps limité et de prouver son optimalité [22].

II.2.1 La méthode séparation et évaluation (Branch and Bound)

L'algorithme de séparation et évaluation, plus connu sous son appellation anglaise Branch and Bound(B&B) [23], repose sur une méthode arborescente de recherche d'une solution optimale par séparations et évaluations, en représentant les états solutions par un arbre d'états, avec des nœuds, et des feuilles.

Le branch-and-bound est basé sur trois axes principaux :

- L'évaluation,
- La séparation,
- La stratégie de parcours.

➤ L'évaluation

L'évaluation permet de réduire l'espace de recherche en éliminant quelques sous-ensembles qui ne contiennent pas la solution optimale.

L'objectif est d'essayer d'évaluer l'intérêt de l'exploration d'un sous-ensemble de l'arborescence. Le branch-and-bound utilise une élimination de branches dans

l'arborescence de recherche de la manière suivante : la recherche d'une solution de coût minimal, consiste à mémoriser la solution de plus bas coût rencontré pendant l'exploration, et à comparer le coût de chaque nœud parcouru à celui de la meilleure solution. Si le coût du nœud considéré est supérieur au meilleur coût, on arrête l'exploration de la branche et toutes les solutions de cette branche seront nécessairement de coût plus élevé que la meilleure solution déjà trouvée.

➤ **La séparation**

La séparation consiste à diviser le problème en sous-problèmes.

Ainsi, en résolvant tous les sous-problèmes et en gardant la meilleure solution trouvée, on est assuré d'avoir résolu le problème initial. Cela revient à construire un arbre permettant d'énumérer toutes les solutions. L'ensemble de nœuds de l'arbre qu'il reste encore à parcourir comme étant susceptibles de contenir une solution optimale, c'est-à-dire encore à diviser, est appelé ensemble des nœuds actifs.

➤ **La stratégie de parcours**

- **La largeur d'abord** : Cette stratégie favorise les sommets les plus proches de la racine en faisant moins de séparations du problème initial. Elle est moins efficace que les deux autres stratégies présentées,
- **La profondeur d'abord** : Cette stratégie avantage les sommets les plus éloignés de la racine (de profondeur la plus élevée) en appliquant plus de séparations au problème initial. Cette voie mène rapidement à une solution optimale en économisant la mémoire,
- **Le meilleur d'abord** : Cette stratégie consiste à explorer des sous problèmes possédant la meilleure borne. Elle permet aussi d'éviter l'exploration de tous les sous-problèmes qui possèdent une mauvaise évaluation par rapport à la valeur optimale.

II.2.2 La méthode de coupes planes (Cutting-Plane)

La méthode de coupes planes a été développée par *Schrijver* [24], elle est destinée à résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire (POC) qui se formulent sous la forme d'un programme linéaire (PL) :

$$\min \{c^T x: Ax \geq b, x \in R^n\} \quad \text{II.1}$$

Dans le cas, où (POC) est de grande taille pour le représenter explicitement en mémoire ou pour qu'il tienne dans un solveur de programmation linéaire, on utilise une technique qui consiste à enlever une partie de ces contraintes et de résoudre le problème relaxé (POCR). La solution optimale de (PL) est contenue dans l'ensemble de solutions réalisables de cette relaxation. Pour un problème de minimisation la solution optimale du problème (POCR) est inférieure ou égale à la solution optimale donnée par (POC).

Cette méthode consiste à résoudre un problème relaxé, et à ajouter itérativement des contraintes du problème initial. On définit une contrainte pour le problème de minimisation (II.1) par le couple (s, s_0) où $s \in R^n$ et $s_0 \in R$, cette contrainte est dite violée par \bar{x} la solution courante si pour tout :

$$y \in \{x: Ax \geq b\} \text{ on a } s^T \bar{x} < s_0 \text{ et } s^T y \geq s_0 \quad \text{II.2}$$

On appelle alors ces contraintes des coupes planes. On arrête l'algorithme lorsqu'il n'y a plus de contraintes violées par la solution courante, on obtient ainsi une solution optimale pour le problème initial. La méthode des coupes planes est peu performante mais sa performance est améliorée lorsqu'elle est combinée avec la méthode "Branch and Bound".

II.2.3 La méthode (Branch and Cut)

La méthode des coupes planes n'est pas toujours efficace face aux problèmes difficiles. De même, bien que l'algorithme du "Branch and Bound" puisse être très performant pour une certaine classe de problèmes, pour cela on utilise la méthode "Branch and Cut" qui combine entre l'algorithme du "Branch and Bound" et de la méthode des coupes planes. Pour une résolution d'un programme linéaire en nombres entiers, la méthode "Branch and Cut" commence d'abord par relaxer le problème puis appliquer la méthode des coupes planes sur la solution trouvée. Si on n'obtient pas une solution entière alors le problème sera divisé en plusieurs sous-problèmes qui seront résolus de la même manière.

II.2.4 La méthode de la génération de colonnes

Le principe de la génération de colonnes repose sur le fait que toutes les variables d'un programme linéaire ne seront pas forcément utilisées pour atteindre la solution optimale. L'objectif de cette méthode est de résoudre un problème réduit avec un ensemble limité de variables.

Le problème initial est appelé problème maître, et le problème réduit est appelé problème restreint. Le problème restreint est plus simple à résoudre, mais si l'ensemble de ses variables ne contient pas celles qui donnent la solution optimale pour le problème maître, pour atteindre la solution optimale du problème maître, il faut rajouter au problème restreint des variables pouvant être utilisées pour améliorer la solution.

Le problème consistant à chercher la meilleure variable à rajouter dans le problème restreint est appelé sous-problème associé au problème maître (ou oracle). Il a comme objectif de trouver la variable (ou colonne) de coût réduit minimum (c-à-d la plus prometteuse pour améliorer la solution).

Le coût réduit des variables est calculé à l'aide des variables duales obtenues après la résolution du problème restreint. Le point du dual ainsi utilisé dans le sous problème est appelé point de séparation. Souvent, il s'agit d'une solution optimale du dual du problème restreint.

II.2.5 Les méthodes mathématiques

Pour déterminer un optimum, les méthodes mathématiques se basent sur la connaissance d'une direction de recherche donnée souvent par le gradient de la fonction objectif par rapport aux paramètres.

Elles génèrent une suite de points $(X_k, k \in \mathbb{N})$ qui convergent vers un minimum local X^* de la fonction f vérifiant (II.3) ou $\phi(X^*, r) = 0$ suivant le traitement des contraintes utilisées. L'inconvénient principal des méthodes à base de gradient est que la dérivée de la fonction f n'est pas toujours connue, dans ce cas, il faut l'estimer par différences finies.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + \lambda, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\lambda} \quad \text{II.3}$$

Dans ces conditions le choix du pas du gradient λ est très important, il conditionne la bonne détermination de la direction de recherche.

Parmi ces méthodes, la méthode du gradient conjugué, la méthode quasi-Newton, la méthode SQP et la méthode de Powell sont présentées brièvement.

➤ **La méthode de gradient conjugué**

La méthode de gradient conjugué [25], [26], [27], [28], est une variante améliorée de la méthode de la plus grande pente, qui consiste à suivre la direction opposée au gradient. Cette méthode a l'inconvénient de créer des directions de recherche orthogonales, ce qui ralentit la convergence de l'algorithme. La méthode de Fletcher et Reeves [25] résout ce problème en déterminant la nouvelle direction de recherche à partir du gradient aux pas courant et précédent.

➤ **Méthodes quasi-Newton**

Les méthodes quasi-Newton consistent à imiter la méthode de Newton où l'optimisation d'une fonction est obtenue à partir de minimisations successives de son approximation au second ordre. Elles ne calculent pas le Hessien mais elles utilisent une approximation définie positive du Hessien qui peut être obtenue soit par l'expression proposée par Davidon-Fletcher-Powell (DFP)[29], soit par celle proposée par Broyden-Fletcher- Goldfard-Shanno (BFGS) [29].

➤ **Méthode PQS**

La méthode de programmation quadratique séquentielle (PQS), développée par *Schittkowski* [30], est une méthode de programmation non-linéaire. Elle a été reconnue comme étant une des méthodes les plus efficaces pour résoudre des problèmes d'optimisation avec contraintes de taille petite et moyenne. Comme son nom le suggère, la méthode PQS trouve la solution optimale par une séquence de problèmes de programmation quadratique. A chaque itération, une approximation quadratique de la fonction objective et des approximations linéaires des contraintes sont utilisées. Le Hessien est construit par la méthode BFGS. Une analyse canonique fournit le minimum de la fonction Lagrangienne et un déplacement est fait vers ce point.

➤ **La méthode des directions conjuguées de Powell**

Lorsqu'il n'est pas possible de calculer le gradient, la méthode de direction conjuguée propose de trouver l'optimum uniquement par des recherches linéaires [31]. Elle effectue n recherches linéaires successives suivant des directions conjuguées qui sont modifiées à chaque itération pour accélérer la convergence.

➤ **La méthode du nombre d'or**

La méthode du nombre d'or (golden search method) est une technique d'optimisation qui recherche l'extremum (minimum ou maximum) d'une fonction, dans le cas d'une fonction uni-modale, c'est-à-dire dans lequel l'extremum global recherché est le seul extremum local. S'il existe plusieurs extrema locaux, l'algorithme donne un extremum local, sans qu'il soit garanti que ce soit l'extremum absolu.

➤ **Les méthodes heuristiques**

Elles explorent l'espace par essais successifs en recherchant les directions les plus favorables. La stratégie de Hooke et Jeeves [32], la méthode de Rosenbrock [33], ou la méthode du Simplex [34][35], sont les plus souvent employées. Toutes ces techniques sont déterministes et locales mais elles sont beaucoup plus robustes que les autres méthodes mathématiques, en particulier lorsque la fonction objectif est discontinue. Par contre, elles deviennent moins robustes lorsque le nombre de paramètres est élevé [36].

II.3 Méthodes stochastiques :

Les méthodes d'optimisation stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabilistes et aléatoires. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions successives de ces méthodes peuvent conduire à des résultats différents pour une même configuration initiale d'un problème d'optimisation. Ces méthodes ont une grande capacité à trouver l'optimum global du problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Elles sont d'ordre zéro. Cependant, elles demandent un nombre important d'évaluations de la fonction objectif. La figure(II.1) présente les méthodes stochastiques les plus utilisées.

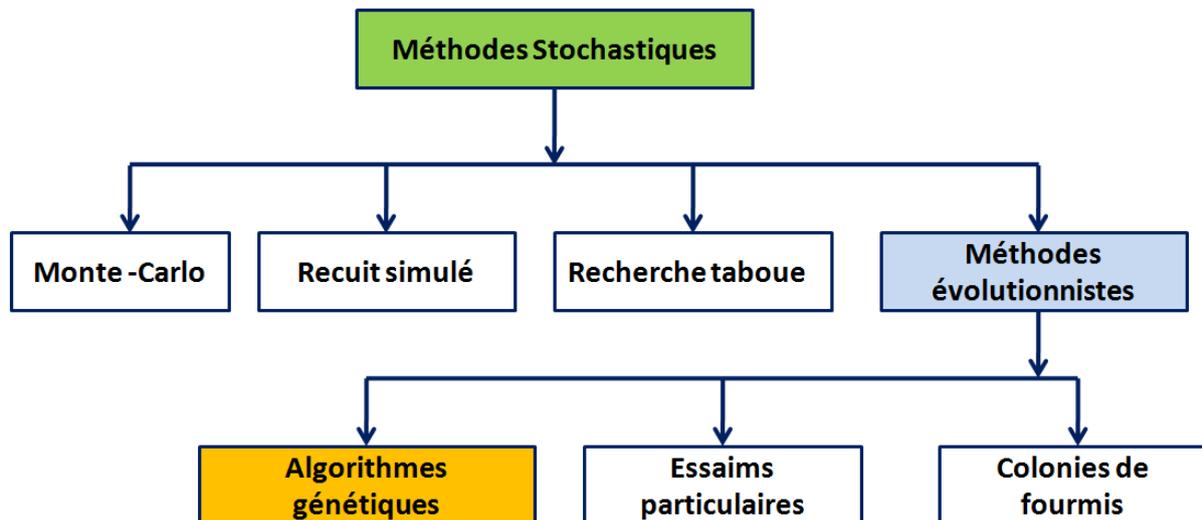


Fig. II.1 : Méthodes d'optimisation stochastiques

II.3.1 Monte-Carlo

C'est la plus simple des méthodes stochastiques [37] [38]. Elle consiste à tirer une solution au hasard à chaque itération. La fonction objective est évaluée en ce point. Si elle est meilleure que l'optimum courant, cette valeur est enregistrée, ainsi que la solution correspondante et le processus continue jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient vérifiées. Il s'agit donc d'un processus d'exploration. Les méthodes Monte-Carlo peuvent être utilisées, en première approche, pour avoir des renseignements utiles sur la forme de la fonction. Elles permettent par exemple de choisir de façon plus appropriée le point de départ d'un algorithme de recherche locale. Toutefois, cette association ne garantit pas la localisation de l'optimum global.

II.3.2 Le recuit simulé

Le recuit simulé (SA) a été introduit par Kirkpatrick & al [39] et Cerný [40] comme une méthode de recherche locale normale, utilisant une stratégie pour éviter les minima locaux. Cette méta-heuristique est basée sur une technique utilisée depuis longtemps par les métallurgistes qui, pour obtenir un alliage sans défaut, faisant alterner les cycles de réchauffage (ou de recuit) et de refroidissement lent des métaux. Le recuit simulé s'appuie sur des travaux faites par Metropolis & al [41], qui ont pu décrire l'évolution d'un système en thermodynamique.

Le principe du recuit simulé est de parcourir de manière itérative l'espace des solutions. On part avec une solution notée s_0 initialement générée de manière aléatoire dont correspondent une énergie initiale E_0 , et une température initiale T_0

généralement élevée. A chaque itération de l'algorithme, un changement élémentaire est effectué sur la solution, cette modification fait varier l'énergie du système DE. Si cette variation est négative (la nouvelle solution améliore la fonction objective, et permet de diminuer l'énergie du système), elle est acceptée. Si la solution trouvée est moins bonne que la précédente alors elle sera acceptée avec une probabilité P calculée suivant la distribution :

$$P(E, T) = \exp^{-\frac{\Delta E}{T}} \quad \text{II. 4}$$

En fonction du critère de Metropolis, un nombre $\varepsilon \in [0,1]$ est comparé à la probabilité $P(E, T) = \exp^{-\frac{\Delta E}{T}}$. Si $p \leq \varepsilon$ la nouvelle solution est acceptée.

Le fonctionnement du critère de Metropolis est interprété par

- Si $\Delta E = f(s') - f(s) < 0$ alors $\exp^{-\frac{\Delta E}{T}} > 1$, donc ε est toujours inférieur à cette valeur, et on accepte la solution s' .
- Si $\Delta > 0$
 - Et T est très grande, alors $\exp^{-\frac{\Delta E}{T}} \cong 1$, tout voisin est systématiquement acceptée.
 - Et T est très petite, alors $\exp^{-\frac{\Delta E}{T}} \cong 0$, une dégradation a peu de chances d'être accepter

II.3.3 La recherche Taboue

La recherche taboue (TS) est une méthode de recherche locale combinée avec un ensemble de techniques permettant d'éviter d'être piégé dans un minimum local ou la répétition d'un cycle. La recherche taboue est introduite principalement par Glover [42], Hansen [43], Glover et Laguna [44]. Cette méthode a montré une grande efficacité pour la résolution des problèmes d'optimisation difficiles. En effet, à partir d'une solution initiale s dans un ensemble de solutions local S, des sous-ensembles de solution N(s) appartenant au voisinage S sont générés. Par l'intermédiaire de la fonction d'évaluation nous retenons la solution qui améliore la valeur de f, choisie parmi l'ensemble de solutions voisines N(s).

L'algorithme accepte parfois des solutions qui n'améliorent pas toujours la solution courante. Nous mettons en œuvre une liste taboue T de longueur k contenant les k dernières solutions visitées, ce qui ne donne pas la possibilité à une solution déjà trouvée d'être acceptée et stockée dans la liste taboue. Alors le choix de la prochaine solution est effectué sur un ensemble des solutions voisines en dehors des éléments de cette liste taboue. Quand le nombre k est atteint, chaque nouvelle solution sélectionnée remplace la plus ancienne dans la liste. La construction de la liste taboue est basée sur le principe FIFO, c'est-à-dire le premier entré est le premier sorti. Comme critère d'arrêt on peut par exemple fixer un nombre maximum d'itérations sans amélioration de s^* , ou bien fixer un temps limite après lequel la recherche doit s'arrêter.

II.3.4 Méthodes évolutionnistes

Les méthodes évolutionnistes font partie de la dernière grande classe des méthodes stochastiques. Elles reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle des espèces de Darwin selon laquelle, les individus les mieux adaptés à leur environnement survivent et peuvent se reproduire pour donner des enfants encore mieux adaptés de génération en génération [45]. Ces méthodes manipulent un ensemble de solutions en parallèle à chaque itération. On peut citer les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaims particulaires et les algorithmes de colonies de fourmis.

Contrairement aux techniques d'optimisation qui explorent l'espace à partir d'un point unique, les méthodes évolutionnistes partent d'un ensemble de configurations, c'est-à-dire d'une population d'individus, et la font évoluer à partir d'opérateurs à transition aléatoire, la sélection et l'évolution, selon le principe de la figure (II.2). Les algorithmes évolutionnistes remontent à l'introduction des algorithmes génétiques (AG) par Holland [46]. Reshenberg et Schwefel ont mis aux point trois méthodes assez similaires : les stratégies d'évolution [47], la programmation évolutionnistes [48] et la programmation génétique [49]. L'évolution différentielle est apparue plus récemment [50][51].

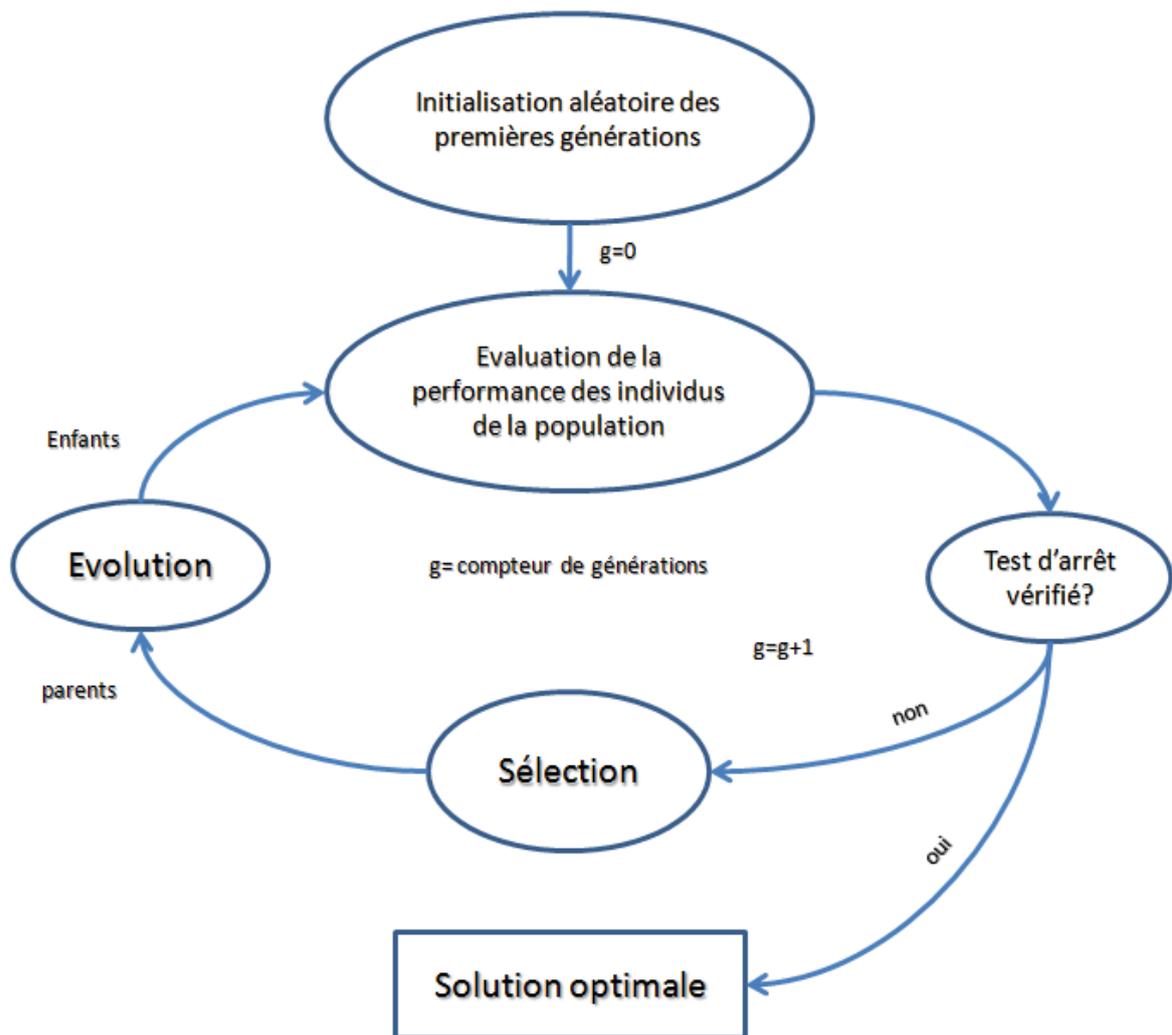


Fig. II.2 : Principe d'une méthode évolutionniste

Les différences entre ces méthodes sont liées à la représentation des individus et aux modes d'évolution de la population. Les AG utilisent un codage des paramètres de la fonction à optimiser alors que les autres techniques se servent directement de la valeur des paramètres.

Chacune des méthodes est caractérisée par un opérateur d'évolution particulier. Les AG et l'évolution différentielle ont un mécanisme de croisement qui permet la génération de nouvelles configurations par recombinaison de solutions existantes. C'est donc un opérateur d'exploration. L'exploitation est faite par le processus de sélection. Les stratégies d'évolution et la programmation évolutionniste sont, pour

leur part, basées principalement sur un procédé de mutation de la population par perturbation successive de chaque solution [45].

Les méthodes évolutionnistes s'affirment peu à peu comme les techniques d'optimisation les plus robustes. Elles peuvent être appliquées à des problèmes très divers car elles sont indépendantes du processus à optimiser et n'utilisent pas les dérivées. Parmi les algorithmes évolutionnistes cités précédemment, **les algorithmes génétiques occupent une place particulière car ils réunissent les trois opérateurs de sélection, croisement et mutation.**

II.4. Les algorithmes génétiques :

II.4.1 Principe générale :

Les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation s'appuyant sur des techniques dérivées de la génétique et de l'évolution naturelle : croisements, mutations, sélection, etc. Les algorithmes génétiques ont déjà une histoire relativement ancienne, puisque les premiers travaux de John Holland sur les systèmes adaptatifs remontent à 1962 [52]. L'ouvrage de David Goldberg [53] a largement contribué à les vulgariser.

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction définie sur un espace de données. Pour l'utiliser, on doit disposer des cinq éléments suivants :

1. Un principe de codage de l'élément de population. Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité. Le choix du codage des données conditionne le succès des algorithmes génétiques. Les codages binaires ont été très employés à l'origine. Les codages réels sont désormais largement utilisés, notamment dans les domaines applicatifs, pour l'optimisation de problèmes à variables continues.
2. Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures. Le choix de la population initiale est important car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaît rien du problème à résoudre, il est essentiel que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche.

3. Une fonction à optimiser. Celle-ci prend ses valeurs dans R^+ et est appelée *fitness* ou fonction d'évaluation de l'individu. Celle-ci est utilisée pour sélectionner et reproduire les meilleurs individus de la population.
4. Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace d'état.
5. Des paramètres de dimensionnement : la taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation.

Le principe général du fonctionnement d'un algorithme génétique est représenté sur la figure (II.3) :

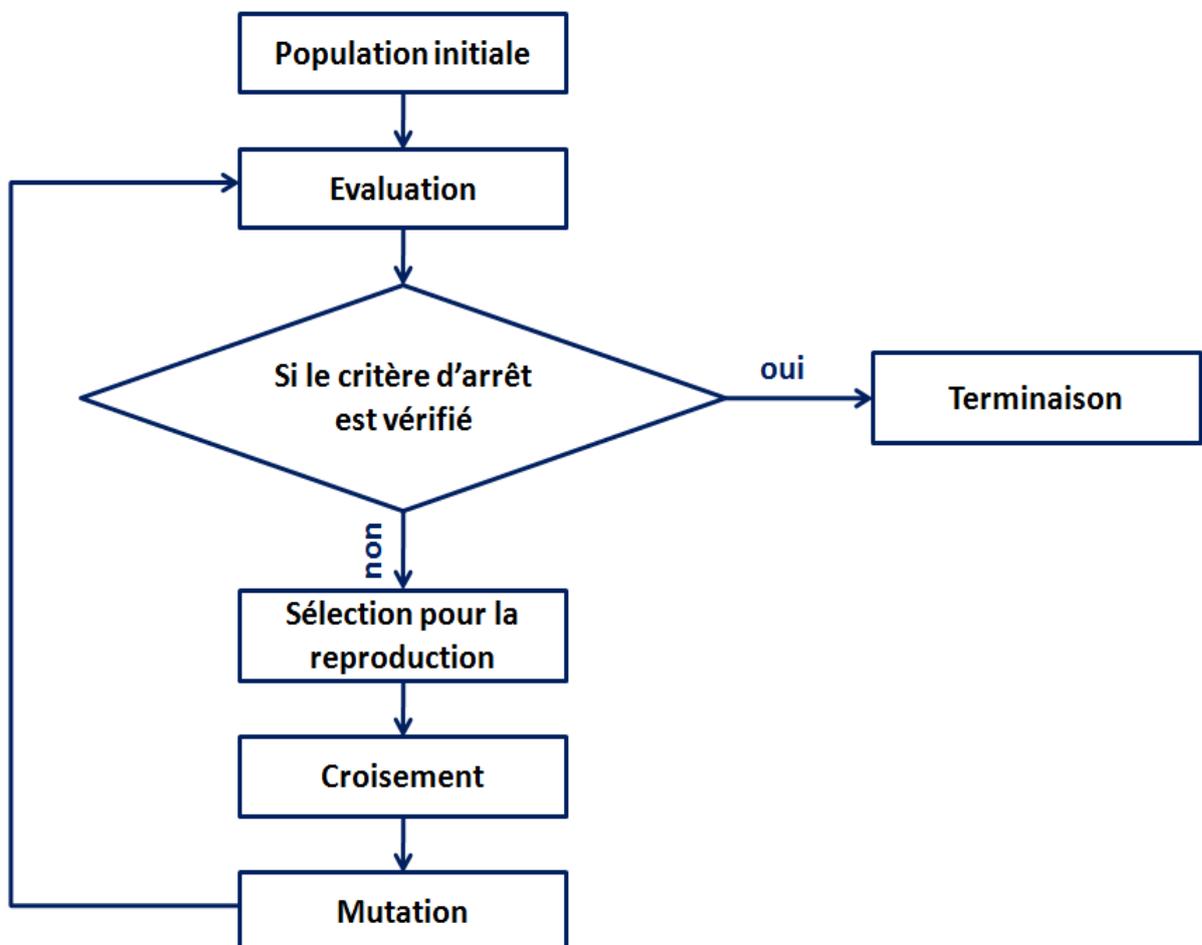


Fig. II.3 : Principe général d'un algorithme génétique

On commence par engendrer une population d'individus de façon aléatoire. Pour passer d'une génération à la génération suivante, les trois opérations suivantes sont répétées pour tous les éléments de la population ancienne :

Des couples de parents sont sélectionnés en fonction de leurs adaptations. L'opérateur de croisement leur est appliqué avec une probabilité P_c (généralement autour de 0.6) et engendre des couples d'enfants. D'autres éléments parents sont sélectionnés en fonction de leur adaptation. L'opérateur de mutation leur est appliqué avec la probabilité P_m (P_m est généralement très inférieur à P_c) et engendre des individus mutés. Les enfants et les individus mutés sont ensuite évalués avant insertion dans la nouvelle population (la figure II.3 présente le cas où les enfants et les individus mutés remplacent les parents). Différents critères d'arrêt de l'algorithme peuvent être choisis :

- Le nombre de générations que l'on souhaite exécuter peut être fixé a priori. C'est ce que l'on est tenté de faire lorsque l'on doit trouver une solution dans un temps limité.
- L'algorithme peut être arrêté lorsque la population n'évolue plus ou plus suffisamment rapidement.

II.4.2 Structure de l'algorithme génétique :

Les algorithmes génétiques travaillent par générations successives jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit vérifié. Le codage des paramètres et les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation sont présentés en détails.

II.4.2.1 Codage et décodage des données

On distingue deux principaux types de codage : binaire et réel. Certains auteurs n'hésitent pas à faire le parallèle avec la biologie et parlent de génotype en ce qui concerne la représentation binaire d'un individu, et de phénotype pour ce qui est de sa valeur réelle correspondante dans l'espace de recherche. Rappelons que La fonction de décodage la plus simple qui permet la transformation d'une chaîne binaire $A = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ en un nombre entier x s'écrit :

$$x = \sum_{i=1}^n b_i 2^{n-i} \quad \text{II.5}$$

Exemple : le chromosome $A = \{1,0,1,0\} \rightarrow 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 = 8 + 2 = 10$

Historiquement, le codage utilisé par les algorithmes génétiques était représenté sous forme de chaînes de bits contenant toute l'information nécessaire à la description d'un point dans l'espace d'état. Ce type de codage a pour intérêt de permettre de créer des opérateurs de croisement et de mutation simples. C'est également en utilisant ce type de codage que les premiers résultats de convergence théorique ont été obtenus. Cependant, ce type de codage n'est pas toujours bon.

Pour des problèmes d'optimisation dans des espaces de grande dimension, le codage binaire peut rapidement devenir mauvais. Généralement, chaque variable est représentée par une partie de la chaîne de bits et la structure du problème n'est pas bien reflétée, l'ordre des variables ayant une importance dans la structure du chromosome, alors qu'il n'en a pas forcément dans la structure du problème.

Les algorithmes génétiques utilisant des vecteurs réels [54] [55] évitent ce problème en conservant les variables du problème dans le codage de l'élément de population, sans passer par le codage binaire intermédiaire. Certains auteurs les appellent RCGA (*Real Coded Genetic Algorithms*) ou la structure du problème est conservée dans le codage. Notons aussi le Codage à l'aide de suite alphabétique, le codage de Gray et le codage sous forme d'arbre.

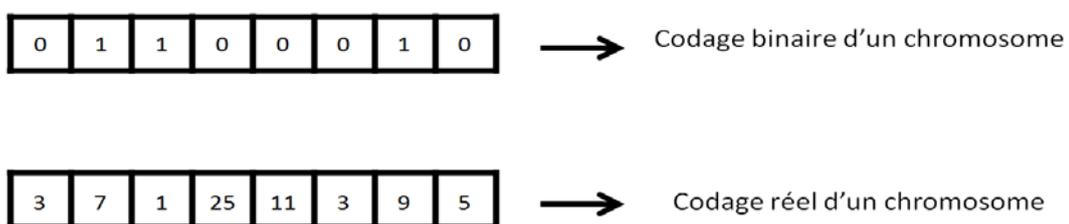


Fig. II.4 : Codage des données

II.4.2.2 Génération aléatoire de la population initiale

Similaire à tous les problèmes d'optimisation, avoir de bons points de départ conduit à une convergence rapide vers l'objectif. Si la position de l'optimum dans l'espace d'état est totalement inconnue, il est naturel d'engendrer aléatoirement des individus en faisant des tirages uniformes dans chacun des domaines associés aux

composantes de l'espace d'état, en veillant à ce que les individus produits respectent les contraintes [56].

Si par contre, des informations a priori sur le problème sont disponibles, il paraît bien évidemment naturel d'engendrer les individus dans un sous-domaine particulier afin d'accélérer la convergence. Dans l'hypothèse où la gestion des contraintes ne peut se faire directement, les contraintes sont généralement incluses dans le critère à optimiser sous forme de pénalités.

II.4.2.3 Gestion des contraintes

Un élément de population qui viole une contrainte se verra attribuer une mauvaise valeur de la fonction objectif et aura une probabilité forte d'être éliminé par le processus de sélection.

Il peut cependant être intéressant de conserver, tout en les pénalisant, les éléments non admissibles car ils peuvent permettre de générer des éléments admissibles de bonne qualité. Pour de nombreux problèmes, l'optimum est atteint lorsque l'une au moins des contraintes de séparation est saturée, c'est-à-dire sur la frontière de l'espace admissible.

Gérer les contraintes en pénalisant la fonction objectif est difficile, un "dosage" s'impose pour ne pas favoriser la recherche de solutions admissibles au détriment de la recherche de l'optimum ou inversement. Disposant d'une population d'individus non homogène, la diversité de la population doit être entretenue au cours des générations, afin de parcourir le plus largement possible l'espace d'état. C'est le rôle des opérateurs de croisement et de mutation.

II.4.2.4 Opérateur de croisement

Le croisement a pour but d'enrichir la diversité de la population en manipulant la structure des chromosomes. Classiquement, les croisements sont envisagés avec deux parents P1 et P2, et génèrent deux enfants C1 et C2.

Initialement, le croisement associé au codage par chaînes de bits est le croisement à découpage de chromosomes (slicing crossover). Pour effectuer ce type de croisement sur des chromosomes constitués de M gènes, on tire aléatoirement une position dans chacun des parents. On échange ensuite les deux sous-chaînes terminales de chacun des deux chromosomes, ce qui produit deux enfants C1 et C2 (voir figure II.5).

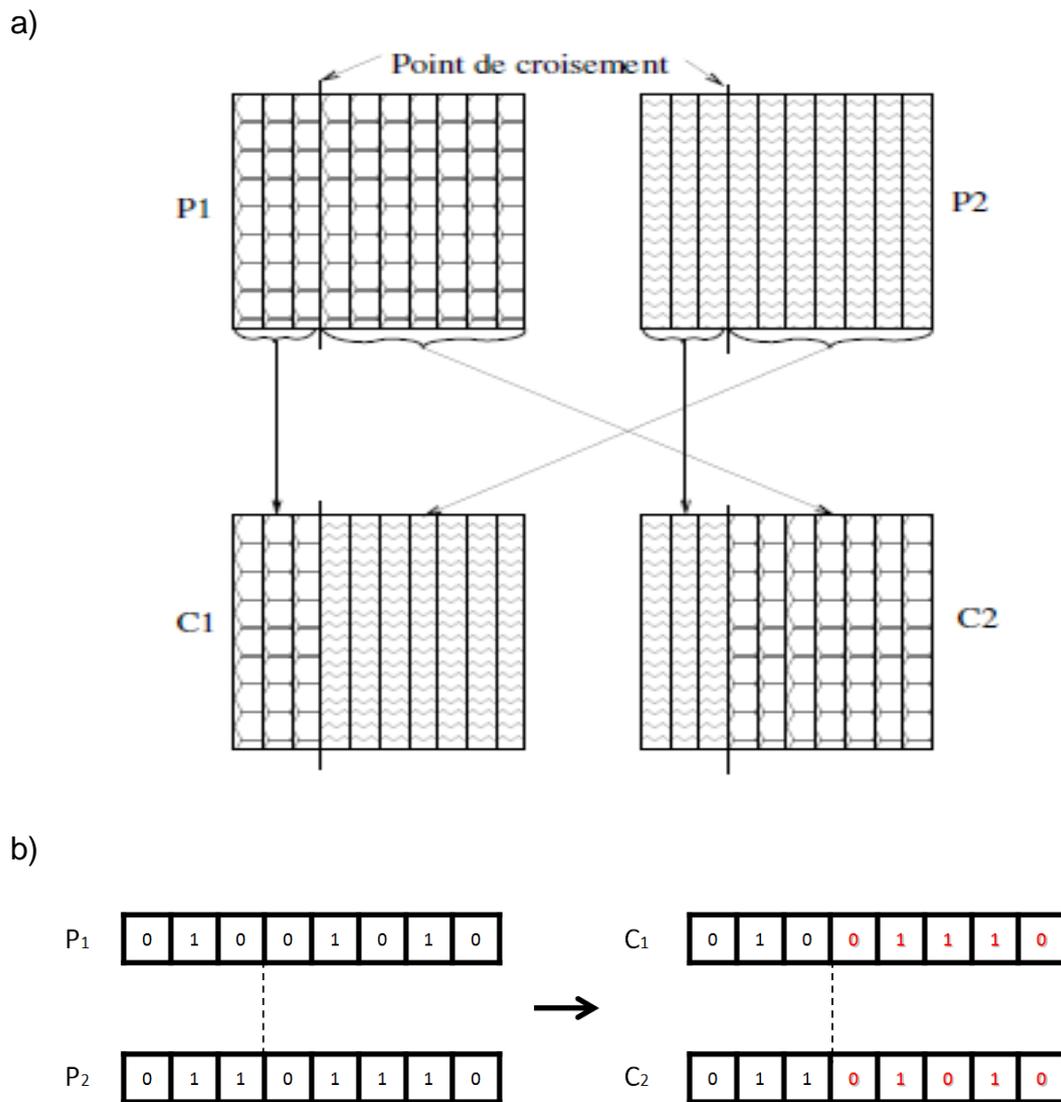


Fig. II.5 : Croisement à 1 point

a) Pour le cas général

b) Pour un cas binaire

On peut étendre ce principe en découpant le chromosome pas en 2 sous chaînes seulement mais en 3, 4, ...etc. [57]. (Voir figure II.6). Ce type de croisement à découpage de chromosomes est très efficace pour les problèmes discrets.

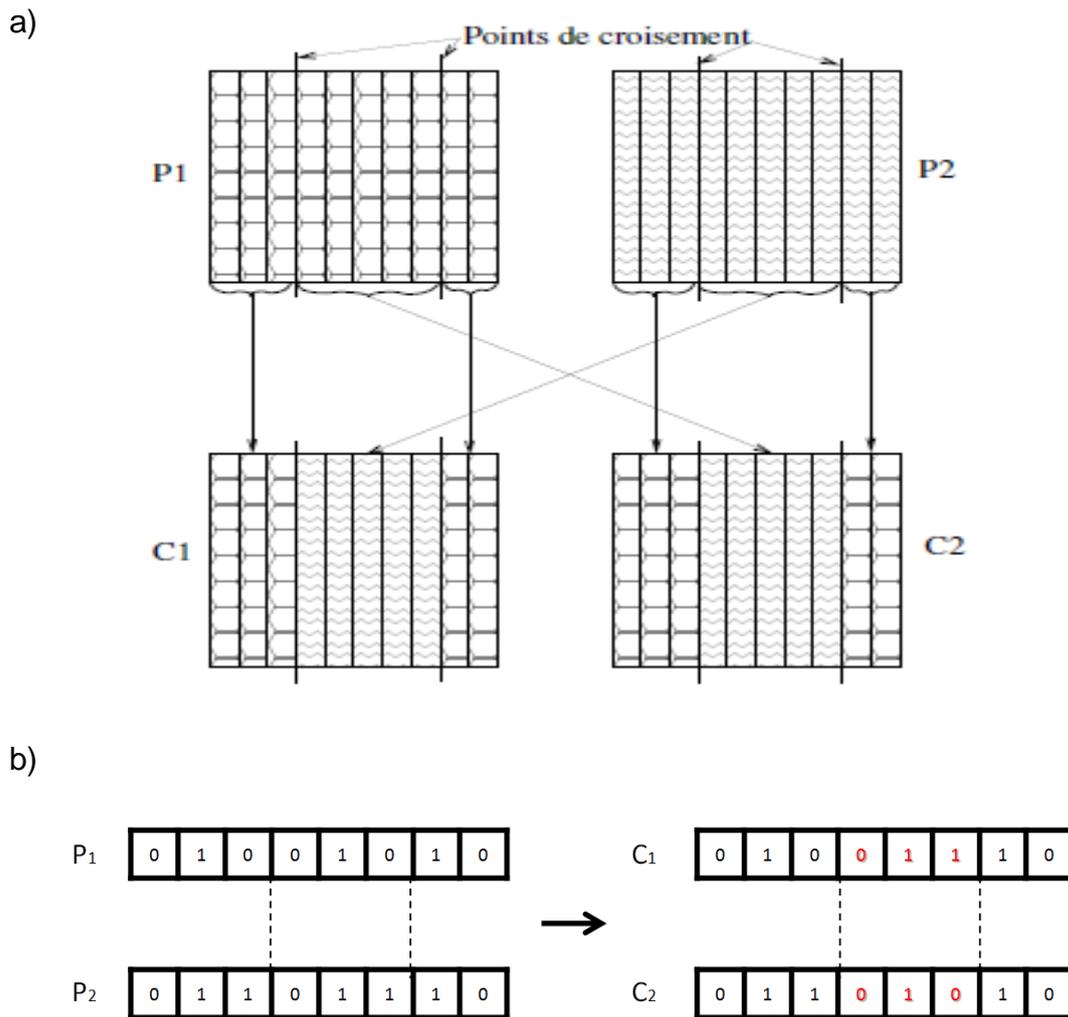


Fig. II.6 : Croisement à 2 point

a) Pour le cas général

b) Pour un cas binaire

Pour les problèmes continus, un croisement “barycentrique” est souvent utilisé. Deux gènes $P_1(i)$ et $P_2(i)$ sont sélectionnés dans chacun des parents à la même position i . Ils définissent deux nouveaux gènes $C_1(i)$ et $C_2(i)$ par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} C_1(i) = \alpha P_1(i) + (1 - \alpha)P_2(i) \\ C_2(i) = (1 - \alpha)P_1(i) + \alpha P_2(i) \end{cases} \quad \text{II. 6}$$

Où α est un coefficient de pondération aléatoire adapté au domaine d’extension des gènes (il n’est pas nécessairement compris entre 0 et 1, il peut par exemple prendre

des valeurs dans l'intervalle $[-0.5, 1.5]$, ce qui permet d'engendrer des points entre, ou à l'extérieur des deux gènes considérés).

Dans le cas particulier d'un chromosome matriciel constitué par la concaténation de vecteurs, on peut étendre ce principe de croisement aux vecteurs constituant les gènes (voir figure II.7) :

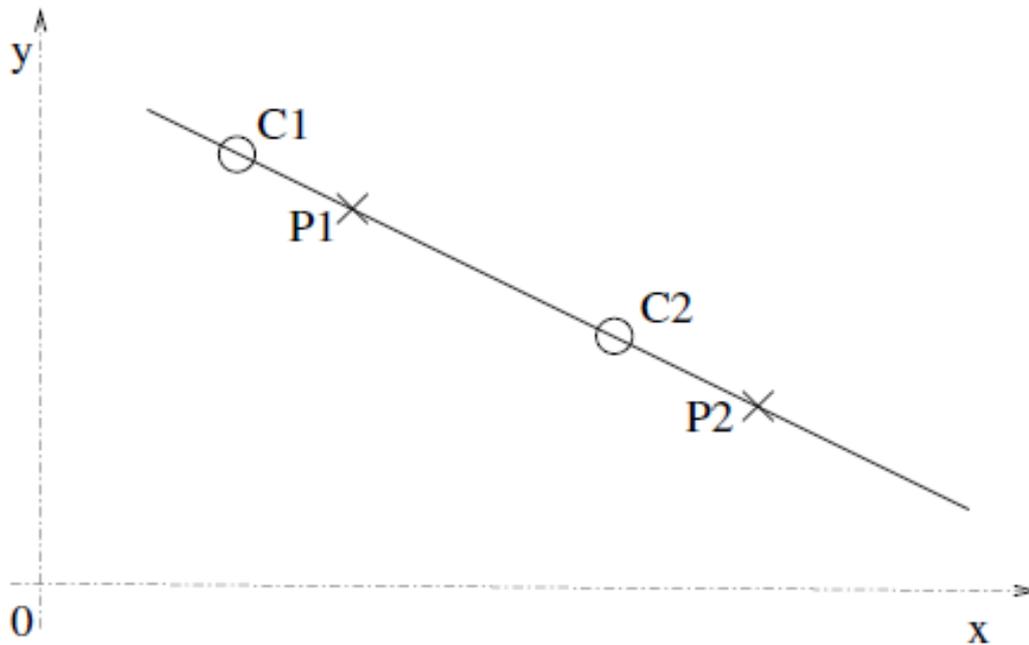


Fig. II.7 : Croisement barycentrique

II.4.2.5 Opérateur de mutation

L'opérateur de mutation apporte aux algorithmes génétiques la propriété d'ergodicité de parcours d'espace. Cette propriété indique que l'algorithme génétique sera susceptible d'atteindre tous les points de l'espace d'état, sans pour autant les parcourir tous dans le processus de résolution. Ainsi en toute rigueur, l'algorithme génétique peut converger sans croisement, et certaines implémentations fonctionnent de cette manière [58]. Les propriétés de convergence des algorithmes génétiques sont donc fortement dépendantes de cet opérateur sur le plan théorique.

Pour les problèmes discrets, l'opérateur de mutation consiste généralement à tirer aléatoirement un gène dans le chromosome et à le remplacer par une valeur aléatoire (voir figure II.8). Si la notion de distance existe, cette valeur peut être choisie dans le voisinage de la valeur initiale.

Dans les problèmes continus, on procède un peu de la même manière en tirant aléatoirement un gène dans le chromosome, auquel on ajoute un bruit généralement gaussien. L'écart-type de ce bruit est difficile à choisir a priori. Nous discutons ce problème de façon plus détaillée, en présentant une amorce de solution, dans la section.

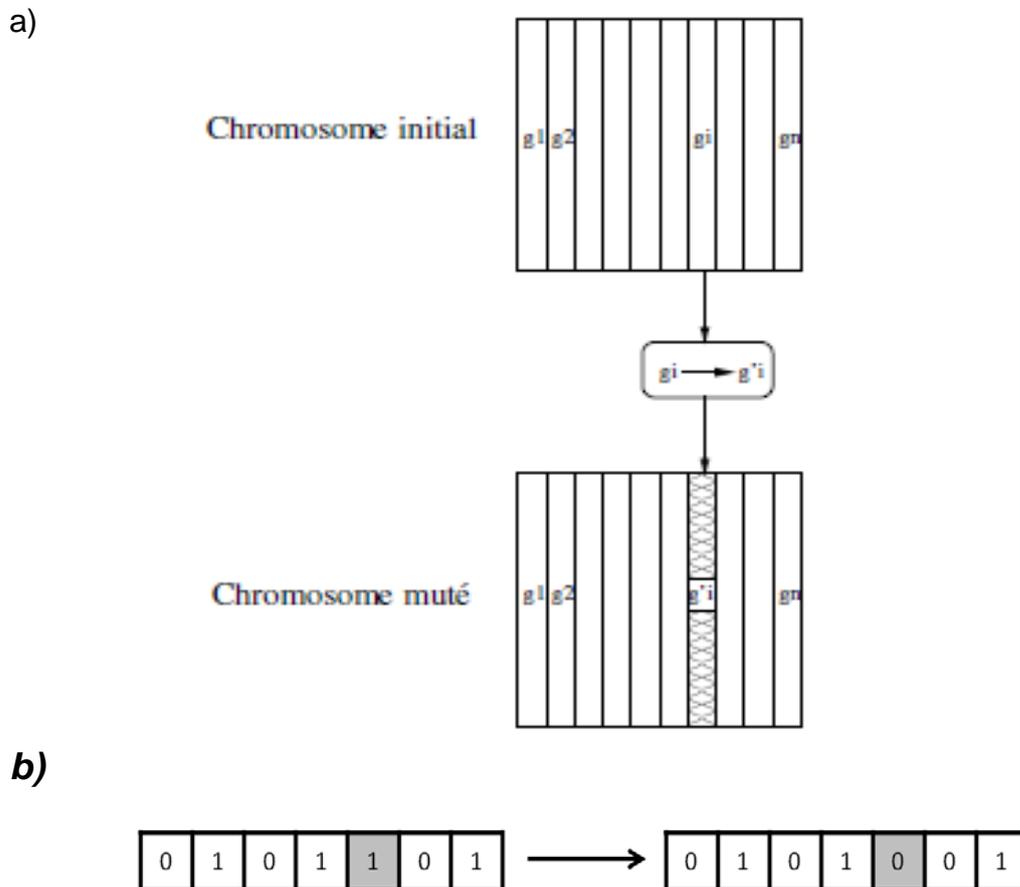


Fig. II.8 : Principe de l'opérateur de mutation

a) Pour le cas général

b) Pour un cas binaire

II.4.2.6 Principes de sélection

A l'inverse d'autres techniques d'optimisation, les algorithmes génétiques ne requièrent pas d'hypothèse particulière sur la régularité de la fonction objective.

L'algorithme génétique n'utilise notamment pas ses dérivées successives, ce qui rend très vaste son domaine d'application. Aucune hypothèse sur la continuité n'est non plus requise. Néanmoins, dans la pratique, les algorithmes génétiques sont sensibles à la régularité des fonctions qu'ils optimisent. Le peu d'hypothèses

requis permet de traiter des problèmes très complexes. La fonction à optimiser peut ainsi être le résultat d'une simulation. Par analogie au processus de sélection naturelle, un caractère aléatoire est conféré à la sélection des individus tout en exploitant les valeurs de la fonction d'adaptation [59]. La sélection permet d'identifier statistiquement les meilleurs individus d'une population et d'éliminer les mauvais. On trouve dans la littérature un nombre important de principes de sélection plus ou moins adaptés aux problèmes qu'ils traitent. Les deux principes de sélection suivants sont les plus couramment utilisés :

- Sélection par roulette (*Roulette wheel selection*) [53];
- Sélection stochastique (*Stochastic remainder without replacement selection*) [53];
 - Le principe de sélection par roulette consiste à associer à chaque individu un segment dont la longueur est proportionnelle à sa *fitness*. On reproduit ici le principe de tirage aléatoire utilisé dans les roulettes de casinos avec une structure linéaire. Ces segments sont ensuite concaténés sur un axe que l'on normalise entre 0 et 1. On tire alors un nombre aléatoire de distribution uniforme entre 0 et 1, puis on "regarde" quel est le segment sélectionné. Avec ce système, les grands segments, c'est-à-dire les bons individus, seront plus souvent choisis que les petits. Lorsque la dimension de la population est réduite, il est difficile d'obtenir en pratique l'espérance mathématique de sélection en raison du peu de tirages effectués. Un biais de sélection plus ou moins fort existe suivant la dimension de la population.
 - La sélection stochastique évite ce genre de problème et donne de bons résultats pour nos applications. Décrivons ce principe de sélection :
 - Pour chaque élément i , on calcule le rapport r_i de sa *fitness* sur la moyenne des *fitness*.
 - Soit $e(r_i)$ la partie entière de r_i : chaque élément est reproduit exactement $e(r_i)$ fois.
 - La sélection par roulette précédemment décrite est appliquée sur les individus affectés des *fitness* $r_i - e(r_i)$.

Lorsque des populations de faible taille sont utilisées, ce principe de sélection s'avère généralement efficace dans les applications pratiques.

On note aussi d'autres méthodes de sélection tel que :

➤ **La méthode élitiste :**

Cette méthode consiste à sélectionner les individus dont on a besoin pour la nouvelle génération P' en prenant les meilleurs individus de la population P après l'avoir triée de manière décroissante selon la fitness de ses individus. Il est inutile de préciser que cette méthode est encore pire que celle de la loterie biaisée dans le sens où elle amènera à une convergence prématurée encore plus rapidement et surtout de manière encore plus sûre que la méthode de sélection de la roulette ; en effet, la précision de la sélection est trop forte, la variance nulle et la diversité inexistante, du moins le peu de diversité qu'il pourrait y avoir ne résultera pas de la sélection mais plutôt du croisement et des mutations. Là aussi il faut opter pour une autre méthode de sélection.

➤ **La sélection par tournois :**

Cette méthode est celle avec laquelle on obtient les résultats les plus satisfaisants. Le principe de cette méthode est le suivant : on effectue un tirage avec remise de deux individus de P, et on les fait "combattre". Celui qui a la fitness la plus élevée l'emporte avec une probabilité p comprise entre 0.5 et 1. On répète ce processus n fois de manière à obtenir les n individus de P' qui serviront de parents. La variance de cette méthode est élevée et le fait d'augmenter ou de diminuer la valeur de p permet respectivement de diminuer ou d'augmenter la précision de la sélection.

➤ **Sélection par rang :**

La sélection par rang trie d'abord la population par évaluation. Ensuite, chaque individu se voit associer un rang en fonction de sa position. Ainsi le meilleur individu aura le rang 1, le suivant 2, et ainsi de suite jusqu'au mauvais individu qui aura le rang N , pour une population de N individus. La sélection par rang d'un individu est identique à la sélection par roulette, mais les proportions sont en relation avec le rang plutôt qu'avec la valeur d'évaluation. Avec cette méthode de sélection, tous les individus ont une chance d'être sélectionnés. Cependant, elle conduit à une convergence plus lente vers la bonne solution. Ceci est dû au fait que les meilleurs individus ne diffèrent pas énormément des plus mauvais.

II.5 Conclusion :

Avec une méthode de résolution exacte on peut trouver le minimum global de la fonction sous certaines hypothèses comme la convexité et la dérivabilité. En d'autres termes, ces méthodes convergent très rapidement vers ce minimum si la fonction objective remplit ces hypothèses dans une région locale contenant le minimum désiré et si la configuration initiale est quelque part à l'intérieur de cette région. Cependant, résolvant des problèmes pratiques où aucune de ces hypothèses ne peut être rendue, les méthodes déterministes convergent souvent vers un des minimums locaux de la fonction objectif. Le non disponibilité de ces hypothèses dans le domaine de technique où généralement très peu de connaissances sur le comportement de la fonction objectif sont fournies ; il est donc recommandé de commencer le processus d'optimisation avec des méthodes stochastiques.

Les algorithmes stochastiques présentent un grand avantage par rapport aux méthodes de résolution exacte d'avoir la capacité de trouver l'optimum global, malgré le nombre important d'évaluations. Les méthodes stochastiques les plus favorables sont les algorithmes génétiques, le recuit simulé et la recherche taboue.

CHAPITRE - III :
Modèles du coût de la
maintenance selon la
politique utilisée

III.1. Introduction :

Les équipements de production et de services constituent une part importante du capital de la majorité des industries. Ces équipements sont généralement sujets à des dégradations avec l'utilisation et le temps. Pour certains de ces systèmes, tels que les avions, les systèmes nucléaires, les installations pétrolières et chimiques, il est extrêmement important de tout mettre en œuvre pour éviter la défaillance en fonctionnement car elle peut être dangereuse. Par ailleurs, pour les unités à fonctionnement continu tel que les raffineries de pétrole, le manque à gagner est élevé en cas d'arrêt. Par conséquent, la maintenance devient une nécessité pour améliorer la fiabilité. L'importance croissante de la maintenance a généré un intérêt sans cesse croissant dans le développement et la mise en œuvre de stratégies de maintenance pour l'amélioration de la fiabilité des systèmes, la prévention de défaillances et la réduction des coûts de maintenance.

III.2. Des notions sur la maintenance :

III.2.1. Définitions normalisées :

D'après la norme *NF X 60-10 (Décembre 1994)*, la maintenance est « l'ensemble des activités destinées à maintenir ou à rétablir un bien dans un état ou dans des conditions données de sûreté de fonctionnement, pour accomplir une fonction requise. Ces activités sont une combinaison d'activités techniques, administratives et de management. ».

La maintenance corrective est l'ensemble des actions exécutées après détection de la panne et destinées à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise (*NF EN 2001*).

La maintenance préventive est l'ensemble des actions exécutées à des intervalles de temps prédéterminés ou selon des critères prescrits et destinées à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien (*NF EN 2001*).

III.2.2. Effets de la maintenance sur les systèmes :

On peut caractériser la maintenance selon son effet sur l'état du système après avoir reçu une action de maintenance, en ce qui suit [60 ; 61] :

- Réparation (maintenance) parfaite : Toute action de maintenance permettant de ramener le système à un état « As good as new ». Après une maintenance parfaite,

le système a le même taux de défaillance qu'un système neuf. Un remplacement est considéré comme une maintenance parfaite. Exemple : révision complète d'un moteur.

- Réparation (maintenance) minimale : Toute action ramenant le taux de défaillance du système à celui qu'il avait juste avant la défaillance « As bad as old ». Exemple : Changement d'un pneu d'une voiture.

- Réparation (maintenance) imparfaite : Toute action permettant de ramener le système dans un état entre « as good as new » et « as bad as old ». Elle est considérée comme un cas général englobant les deux cas extrêmes, la réparation (maintenance) parfaite et la réparation (maintenance) minimale. Exemple : Mise au point d'un moteur.

Les causes possibles pour que la maintenance soit imparfaite, voire mauvaise ou même très mauvaise sont :

- Réparer le mauvais composant (réparer un autre composant que celui qui est défaillant).

- Réparer partiellement le composant défaillant.

- Réparer (partiellement ou complètement) le composant défaillant tout en endommageant les composants adjacents.

- Evaluer incorrectement l'état du composant inspecté.

Les mauvaises ou très mauvaises maintenances peuvent être, en outre dues aux :

- Défauts ou défaillances non détectés lors des opérations de maintenance.

- Erreurs humaines telles que les faux ajustements ou les endommagements causés lors de la maintenance.

- Remplacement avec de mauvais composants.

L'importance sans cesse croissante de la maintenance pour les systèmes de production et de service modernes d'un côté et le développement des moyens de calcul ainsi que les bases mathématiques, notamment la théorie de fiabilité d'un autre côté, a généré un intérêt croissant pour le développement et la mise en œuvre de politiques de maintenance. Des milliers de modèles sont publiés régulièrement dans la littérature. Des synthèses et classifications sont systématiquement données [62 ; 63 ; 64 ; 65 ; 66]. Nous nous inspirons de la classification de Wang [67] pour passer en revue les plus populaires parmi eux.

III.3 Notions de la fiabilité :

III.3.1 Définition :

La norme AFNOR X606500 définit la fiabilité comme « l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné »

Elle est définie par : $R(t) = P(E \text{ non défaillante pendant la durée } [0, t] \text{ en supposant qu'elle n'est pas défaillante à l'instant } t = 0)$. Il existe plusieurs sortes de fiabilité :

➤ **Fiabilité estimée :**

C'est la fiabilité d'un produit mesurée au cours d'essais spécifiques effectués avec un programme d'essais entièrement défini.

➤ **Fiabilité prédite :**

C'est la fiabilité calculée sur la base d'un modèle mathématique défini, à partir des données du projet et de la fiabilité estimée on prédit de ses composants, en tenant compte de conditions d'exploitation prédéterminées.

➤ **Fiabilité opérationnelle :**

C'est la fiabilité observée sur des produits en exploitation normale. Elle dépend des conditions réelles d'utilisation, de l'ambiance entourant les produits, de l'influence du personnel de maintenance et d'exploitation.

➤ **Fiabilité intrinsèque :**

Elle est propre à un matériel et à un environnement donné, et ne dépend que de la qualité de ce matériel. Pour une qualité initiale donnée, elle n'est fonction que de l'âge et des facteurs d'agression naturels non humains (température, humidité, vibrations, ...etc.).

➤ **Fiabilité extrinsèque :**

Elle résulte des conditions d'exploitation (profil de mission), de la qualité de la maintenance, d'une manière générale d'événements relatifs à l'intervention humaine.

➤ **Fiabilité prévisionnelle :**

Nous pouvons considérer deux étapes : l'étude du système et de son environnement et l'analyse prévisionnelle des défaillances.

A) Etude du système et de son environnement :

Si la phase initiale de la fiabilité prévisionnelle a bien pour but l'estimation à priori des limites et des points faibles de l'équipement, et l'orientation de choix techniques et technologiques, il est quand même indispensable de procéder au préalable à l'étude fonctionnelle et structurelle du système.

B) L'analyse prévisionnelle des défaillances :

Elle a pour but, par démarches essentiellement logiques :

- D'identifier les principaux événements (avec une optique de défaillance) pouvant survenir sur l'équipement en fonctionnement ou non ;
- D'étudier les effets et les causes ;
- De les hiérarchiser afin de ne développer que les seuls dignes d'intérêt (souci d'optimisation).

Une telle analyse ne peut être que le résultat d'un travail d'équipe constituée de techniciens d'étude, de maintenance, de techniciens de sécurité et de fiabilité.

➤ **Fiabilité expérimentale :**

Basée sur la technique des plans d'expériences, la fiabilité a pour but d'estimer, par des méthodes statistiques, des paramètres de fiabilité de tout ou partie d'un dispositif. Il convient de souligner que cet outil peut être d'une grande puissance, aussi bien dans la recherche des paramètres à étudier que dans l'enrichissement des connaissances des ingénieurs et techniciens. Notons que les considérations d'ordre pratique et économique qui se greffent obligatoirement dans tout plan d'expériences, sont les facteurs déterminants des limites d'utilisation de la fiabilité expérimentale.

La fiabilité expérimentale intervient chaque fois que :

- La fiabilité prévisionnelle fait défaut et que la connaissance des paramètres correspondants s'impose ;

- Une démonstration de fiabilité ou un essai de conformité est contractuellement à effectuer.

Ce type de fiabilité est particulièrement adapté des dispositifs mécaniques. Elle est un facteur d'enrichissement des données de fiabilité prévisionnelle et de la connaissance de la qualité du produit fini.

III.3.2. Modèle de WEIBULL :

Ce modèle mathématique couvre bien un assez grand nombre de distributions de durées de vie. Il a été d'abord utilisé lors de l'étude de la fatigue des matériaux, il a été utile dans l'étude des distributions de défaillance des tubes à vide et est actuellement d'un usage presque universel en fiabilité.

Sa fonction de répartition a pour expression :

$$\left. \begin{array}{l} F(t) = 1 - e^{-(t-\gamma/\eta)^\beta} \\ F(t) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{si } t > \gamma \\ \text{si } t \leq \gamma \end{array} \quad \text{avec : } \beta, \eta > 0 ; \gamma \geq 0 \quad \text{III. 1}$$

Les paramètres s'appellent :

γ : Décalage de l'origine (location parameter)

β : Paramètre de forme (Shape parameter)

η : Paramètre d'échelle (scale parameter)

Sa fonction de fiabilité $R(t)$ est donnée par :

$$R(t) = e^{-(t-\gamma/\eta)^\beta} \quad \text{III. 2}$$

Sa fonction de densité $f(t)$ est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t) = \frac{dR(t)}{dt} = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t-\gamma}{\eta} \right]^{\beta-1} e^{-(t-\gamma/\eta)^\beta} \quad \text{pour } t > \gamma \\ f(t) = 0 \quad \text{pour } t \leq \gamma \end{array} \right. \quad \text{III.3}$$

- Si $\gamma=0$ et $\beta=1$, $f(t) = \frac{1}{\eta} e^{-t/\eta}$

C'est la distribution exponentielle, cas particulier de la distribution de Weibull.

- Si $\beta \geq 3$, la distribution de Weibull se rapproche de la loi normale dont on ne peut plus la distinguer pratiquement à partir de $\beta=4$.

Moment : l'espérance mathématique de cette distribution est donnée par :

$$E(t) = \int_0^{+\infty} t f'(t) dt = \gamma + \frac{\eta}{\beta} \Gamma\left[\frac{1}{\beta}\right] = \gamma + \eta \Gamma\left[1 + \frac{1}{\beta}\right] \quad \text{III. 4}$$

Si $\gamma=0$, ce qui est un cas assez général :

$$E(t) = \eta \Gamma\left[1 + \frac{1}{\beta}\right] \quad \text{III. 5}$$

Remarque : Γ est le symbole de la fonction GAMMA (une fonction eulérienne de seconde espèce).

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt \quad \text{III. 6}$$

Si $\gamma=0$ les moments bruts étaient donnés par l'expression :

$$E(t^x) = \eta^x \Gamma\left[1 + \frac{x}{\beta}\right] \quad \text{III. 7}$$

On peut ainsi calculer la variance puisque :

$$V(t) = E(t^2) - E^2(t) \quad \text{III. 8}$$

Et alors :

$$V(t) = \eta^2 \Gamma\left[1 + \frac{2}{\beta}\right] - \eta^2 \Gamma^2\left[1 + \frac{1}{\beta}\right] \quad \text{III. 9}$$

Taux de défaillance, le calcul donne :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t}{\eta}\right]^{\beta-1} \quad \text{III. 10}$$

Si $\beta < 1$ le taux de défaillance décroît, si t croit.

Si $\beta = 1$ le taux de défaillance est constant et la distribution est exponentielle.

Si $\beta > 1$ le taux de défaillance croit, si t croit.

III.3.3 Test d'ajustement Test de Kolmogorov- Smirnov:

L'idée est de comparer la fonction réelle de répartition avec celle théorique. Nous mesurons l'écart, point par point entre ces deux fonctions.

$$D_{ni} = |f(t_i) - F(t_i)| \quad \text{III. 11}$$

Où: $F(t_i)$: la fonction de répartition théorique.

$f(t_i)$: la fonction de répartition réelle.

Avec :

$$f(t_i) = \sum n_i / N + 1 \quad \text{III. 12}$$

Si $N > 20$:

$$F(t_i) = 1 - R(t_i) = 1 - e^{-(t-\gamma/\eta)} \quad \text{III. 13}$$

Nous avons pris la valeur maximale :

$$D_{n.max} = |f(t_i) - F(t_i)| \quad \text{III. 14}$$

Avec la valeur $D_{n\alpha}$ qui est donnée par le tableau de Kolmogorov-Smirnov, si :

$D_{n.max} > D_{n\alpha}$: Donc nous refusons l'hypothèse du modèle théorique.

$D_{n.max} < D_{n\alpha}$: Donc nous acceptons l'hypothèse du modèle théorique.

III.4. Politiques de maintenance pour systèmes élémentaires :

Nous entendons par système élémentaire toute pièce faisant partie d'une machine (roulement, joint, arbre, pignon, palier,...) ou une machine faisant partie d'un ensemble, tels que un tour dans une chaîne de fabrication mécanique, un moteur d'avion, une pompe dans un réseau de distribution d'eau potable, une turbine dans une centrale thermique, ... Dans ce cas les caractéristiques de fiabilité et toute autre variable du modèle concernant le système en entier, lui-même peut être décomposé en entités élémentaires.

III.4.1. Politique de maintenance préventive dépendant de l'âge :

Suivant cette politique, un composant élémentaire est remplacé quand il atteint l'âge T ou à la défaillance selon l'événement qui se produit en premier [68]. Le coût moyen par unité de temps est donné par :

$$C(T) = \frac{C_p R(T) + [1 - R(T)] C_c}{\int_0^T R(t) dt} \quad \text{III. 15}$$

Où : Le numérateur représente l'espérance du coût total du cycle et le dénominateur représente l'espérance de la longueur du cycle.

T est l'âge du remplacement préventif (variable de décision).

C_p le coût du remplacement préventif.

C_c le coût de défaillance incluant le coût de remplacement.

$R(t) = 1 - F(t)$ est la fonction de fiabilité.

Depuis, plusieurs extensions ou variantes de ce modèle ont vu le jour :

Tahara et Nishida [69] ont introduit la politique suivante : remplacer le composant à la première défaillance après t_0 heures de fonctionnement ou quand le temps total de fonctionnement atteint T ($0 \leq t_0 \leq T$), les défaillances dans $[0, t_0]$ sont éliminées par une « réparation minimale ». Il faut noter que si $t_0 \equiv 0 \rightarrow$ politique de remplacement selon l'âge, si $t_0 \equiv T \rightarrow$ Politique de remplacement périodique avec une réparation minimale à la défaillance.

Nakagawa [70] a donné une extension comme suit : l'élément est remplacé au temps T ou après N défaillances et reçoit une réparation minimale à la défaillance survenant

entre les remplacements. Les variables de décision sont T et N . Si $N \equiv 1 \rightarrow$ politique de remplacement selon l'âge.

Sheu & al [71] ont examiné une politique généralisée de remplacement selon l'âge, comme suit : si l'élément tombe en panne à l'âge $y < t$, il reçoit une réparation parfaite avec une probabilité $p(y)$, ou reçoit une réparation minimale avec une probabilité $q(y) = 1 - p(y)$. Par ailleurs, l'élément est remplacé quand la première défaillance après t a lieu ou le temps total de fonctionnement atteint l'âge T ($0 \leq t \leq T$). Les variables de décision sont t et T . Si $t \equiv 0$, la politique devient politique de remplacement selon l'âge. Si $t \equiv T$ et $q(y) \equiv 1$, elle devient politique de remplacement périodique avec réparation minimale à la défaillance.

Sheu & al [72] ont en fait une autre extension : Ils supposent qu'un élément a deux types de défaillance à l'âge z , et il est remplacé à la n e défaillance du *type 1* ou à la première défaillance du *type 2*, ou à l'âge T . La défaillance du *type 1* a lieu avec une probabilité $p(z)$, elle est corrigée par une réparation minimale. La défaillance du *type 2* a lieu avec $q(z) = 1 - p(z)$ et elle est corrigée avec une réparation parfaite.

Si $p(z) = 0$, cette politique devient politique de remplacement selon l'âge. Si $p(z) \equiv 1$ et $n \equiv \infty$, elle devient politique de remplacement périodique avec réparation minimale à la défaillance. Les variables de décision sont n et T .

Block & al [73] introduit une autre politique généralisée de remplacement selon l'âge, c'est la politique de réparation-remplacement, où les éléments sont réparés s'ils tombent en panne et ils sont remplacés seulement s'ils survivent après un certain temps fixé, depuis la dernière réparation ou le dernier remplacement.

Wang & Pham [74] ont donné une autre extension appelée « politique de maintenance préventive mixte selon l'âge » où : après la n réparations imparfaites, il y a deux types de défaillances. Défaillance du *type 1* qui peut être une panne totale, alors que la défaillance du *type 2* peut être interprétée comme un léger problème. Quand une défaillance a lieu, elle est du *type 1* avec une probabilité $p(t)$ et du *type 2* avec une probabilité $q(t) = 1 - p(t)$. Les défaillances du *type 1* sont sujettes à des réparations parfaites et celles du *type 2* sont sujettes à des réparations minimales. Par conséquent chaque réparation est parfaite avec une probabilité $p(t)$ et elle est minimale avec une probabilité $q(t) = 1 - p(t)$. Après n réparations imparfaites, l'élément va recevoir une maintenance parfaite à l'âge T ou à la première défaillance

du type 1. Ce processus continue le long d'un horizon infini. Les variables de décision sont T et n . Si $p(t) \equiv 0$ et $n=0$, cette politique devient politique de remplacement périodique avec réparation minimale. Si $p(t) \equiv 1$ et $n=0$, elle devient politique de remplacement selon l'âge.

III.4.2. Politique de maintenance préventive périodique :

Dans cette politique un élément est préventivement maintenu à des intervalles de temps fixes kT ($k = 1, 2, 3, \dots$) indépendants de l'historique des pannes, et réparé à la défaillance. Une autre politique de maintenance préventive périodique de base est «le remplacement périodique avec réparation minimale à la défaillance» où un élément est remplacé à des temps prédéterminés kT ($k = 1, 2, \dots$) et les défaillances sont éliminées par des réparations minimales [68]. Dans cette classe, on peut également citer la politique de remplacement en block où un élément est remplacé à des temps pré arrangés kT et à la défaillance (généralement utilisée pour les systèmes multi-composants). Pour cette dernière politique, le processus aléatoire caractérisé est un processus de renouvellement, le coût moyen par unité de temps est donné par :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot H(T) + C_p}{T} \quad \text{III. 16}$$

Où $H(T)$ représente le nombre moyen de remplacements de 0 à T .

C_p est le coût de la pièce, C_c le coût entraîné par la défaillance.

La difficulté avec l'expression précédente réside dans la détermination de la fonction de renouvellement $H(T)$, souvent les bornes suivantes sont utilisées :

$$\frac{C_p + C_c[F(T) + F^2(T)]}{T} < C(T) < \frac{C_p + C_c[(F(T) + F^2(T) + [F(T)]^3)/[1 - F(T)])]}{T} \quad \text{III. 17}$$

Avec les concepts de réparation minimale et surtout la maintenance imparfaite [74], différentes extensions et variantes de ces deux politiques ont été proposées.

Liu & al [76] a donné une extension à la politique de remplacement périodique avec réparation minimale à la défaillance par : un élément reçoit une MP imparfaite à chaque T unité de temps, les défaillances sont corrigées par des réparations

minimales, et il est remplacé après que son âge atteigne $(O + 1) T$ unités de temps, où O est le nombre de MP imparfaites déjà effectuées. Si $O = 0$, cette politique devient « remplacement périodique avec réparation minimale à la défaillance ».

Berg et Epstein [77] ont modifié la politique de remplacement en block en introduisant un âge limite, où un élément défaillant est remplacé par un neuf, tandis que les éléments dont l'âge est inférieur ou égal à t_0 ($0 \leq t_0 \leq T$) aux temps de remplacements programmés kT ne sont pas remplacés mais continuent à fonctionner jusqu'à la défaillance ou au prochain temps de remplacement programmé.

Tango [78] introduit un temps limite r et suggère ce qui suit : si l'âge de l'élément défaillant est inférieur ou égal à un temps limite prédéterminé r , il est remplacé par un neuf, sinon il est remplacé par un élément déjà utilisé. Si $r = T$, cette politique devient une politique de remplacement en block.

Nakagawa [79 (a ; b)] introduit un temps de référence T_0 et un temps périodique T^* : Si la défaillance survient avant T_0 , une réparation minimale est effectuée. Si l'élément est en fonctionnement à T^* , le remplacement a lieu à T^* . Si la défaillance a lieu entre T_0 et T^* , soit l'élément est non réparé et reste défaillant jusqu'à T^* , soit l'élément défaillant est remplacé par un neuf.

Wang et Pham [74] ont donné une extension à la politique de remplacement en block ; un élément est imparfaitement réparé à la défaillance si le nombre de réparations est inférieur à N , après la N e réparation imparfaite l'élément est préventivement maintenu à kT ($k = 1, 2, \dots$) avec la constante $T > 0$. Après une MP parfaite le processus est répété. Les variables de décision sont N et T .

III.4.3. Politique de remplacement périodique avec réparation minimale :

Cette politique est une variante de la précédente, la différence est que suite à une défaillance l'élément reçoit une réparation minimale. Par conséquent, les défaillances surviennent suivant un processus de Poisson non homogène, le nombre moyen de défaillances dans un intervalle $[0; T]$ est donné par :

$$H(T) = \int_0^T \lambda(t) dt \quad \text{III. 18}$$

Où $\lambda(t)$ représente le taux d'occurrence de défaillances (ROOCOF pour Rate Of Occurrence Of Failures), pour un composant non réparable il représente le taux de défaillance, l'expression (III.16) devient alors :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot H(T) + C_p}{T} = \frac{C_c \cdot \int_0^T \lambda(t) dt + C_p}{T} \quad \text{III. 19}$$

III.4.4 Politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale :

Suivante cette politique, l'élément n'est pas remplacé périodiquement mais reçoit juste des maintenances imparfaites. Comme exemple, nous pouvons citer une machine industrielle qui reçoit périodiquement des révisions partielles et après un certain nombre de révisions partielles, la machine reçoit une révision générale. Ce qui voudra dire que le taux d'occurrence de défaillances va changer après chaque action de maintenance préventive, car nous rappelons que, la maintenance imparfaite permet de ramener le taux de défaillance à un niveau situé entre le taux de défaillance initial (neuf) et celui juste avant la maintenance. Dans ce cas, il faut mesurer l'effet de chaque maintenance sur le système. Le taux de défaillance du système, après chaque maintenance sera exprimé en fonction de cet effet et du taux de défaillance précédent. Nous donnons le modèle de *Gertsbakh* [80] où il suppose que l'effet de toutes les maintenances préventives est constant, il fait varier le taux de défaillance exponentiellement, d'une quantité égale à e^α ($\alpha > 0$). Le coût moyen par unité de temps est donné par :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot H(T) (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)}) + (K - 1)C_p + C_{ov}}{KT} \quad \text{III. 20}$$

C_c : Coût de la réparation minimale.

C_p : Coût de maintenance préventive imparfaite (révision partielle).

C_{ov} : Coût de la révision générale.

K : Nombre de révisions partielles avant la révision générale.

e^α : Facteur de dégradation.

III.4.5. Autres politiques de maintenance pour systèmes mono-composants :

➤ ***Politique de la limite de défaillance***

Sous cette politique, la maintenance préventive a lieu seulement lorsque le taux de défaillance ou autres indices de fiabilité atteignent un niveau prédéterminé et les défaillances sont corrigées par des réparations [81 ; 82].

➤ ***Politique de maintenance préventive séquentielle***

Sous cette politique, un élément est préventivement maintenu à des intervalles de temps inégaux. Souvent les intervalles deviennent de plus en plus courts avec le temps, sachant que la majorité des éléments nécessitent des maintenances plus fréquentes avec l'âge [83 ; 84].

➤ ***Politique de la limite de réparation***

Lorsqu'un élément tombe en panne, le coût de réparation est estimé et la réparation est entreprise si le coût estimé est inférieur à une limite prédéterminée ; sinon l'élément est remplacé, cette politique est connue sous le nom de « la limite du coût de réparation » [85 ; 86]. *Nakagawa et Osaki*[87] ont proposé une autre variante appelée « politique de la limite du temps de réparation ». Dans cette politique, l'élément est réparé à la défaillance : si la réparation n'est pas achevée pendant un temps prédéterminé T , il est remplacé par un neuf ; sinon l'élément réparé est remis en service. T est appelé la limite du temps de réparation [88].

III.5. Politiques de maintenance pour systèmes multi-composants:

Dans le cas où il n'y a aucune dépendance économique ou structurelle et les défaillances sont indépendantes, les politiques précédentes restent valables pour un système multi-composant, en considérant chaque sous-système séparément. Cependant, dans la pratique il existe souvent des dépendances entre les sous-systèmes, par conséquent une politique optimale pour chaque sous-système pris à part n'est pas forcément optimale pour le système.

III.5.1. Dépendances entre les composants d'un même système :

Les dépendances sont de trois types [89] :

- *La dépendance économique* signifie que pratiquer de la maintenance en même temps sur plusieurs sous-systèmes revient moins cher et/ou nécessite moins de temps que pour chaque sous-système séparément.

- *Les défaillances dépendantes* signifient que les distributions de défaillances des sous-systèmes sont stochastiquement dépendantes. Autrement dit, il existe une corrélation entre les défaillances, c'est-à-dire la défaillance d'un sous-système peut affecter les autres sous-systèmes, donc les temps à la défaillance des différents éléments sont statistiquement dépendants.
- *La dépendance structurelle* concerne la dépendance résultant de l'architecture des systèmes. Dans un système série, la défaillance de l'un quelconque des éléments occasionnerait la défaillance du système, alors que le système parallèle n'est en défaillance que lorsque tous les éléments le composant le sont.

La dépendance économique concerne la majorité des systèmes à fonctionnement continu (unités de production d'énergie, complexes chimiques, unités de traitement des hydrocarbures, les lignes de production en masse...). Pour ce type de systèmes le coût d'indisponibilité (manque à gagner) peut être très supérieur aux coûts de maintenance, par conséquent des gains importants peuvent être dégagés par la mise en œuvre d'une politique de maintenance adaptée, tenant compte de la dépendance entre les différents composants. En s'inspirant de la classification de *Dekker et Wildeman*[90], nous donnons les modèles des politiques de maintenance pour systèmes multi-composants les plus populaires.

III.5.2. Politique de regroupement des maintenances correctives :

Cette politique est applicable pour les systèmes où les composants défaillants peuvent rester en état de défaillance jusqu'au moment opportun pour recevoir une maintenance, tels que les systèmes redondants ou les systèmes constitués d'éléments fonctionnant indépendamment telle qu'une flotte de véhicules où la défaillance d'un véhicule est sans incidence sur le fonctionnement des autres véhicules, par conséquent il est plus profitable d'attendre la défaillance d'un certain nombre de véhicules (variable à optimiser) pour déclencher une action de maintenance.

Pour ce dernier cas, il y a trois politiques de maintenance en groupe. La première est la politique de remplacement en groupe à l'âge T «*T-age group replacement policy*» où un remplacement d'un groupe de composants a lieu lorsque le système a dépassé l'âge T . La seconde est la politique de remplacement en groupe à m

défaillances «*m-failure group replacement policy*» où le système reçoit une inspection après l'occurrence de m défaillances.

La troisième est une combinaison entre les deux précédentes, elle est appelée politique de remplacement en groupe (m, T) «*(m, T) group replacement policy*» où un remplacement en groupe a lieu lorsque le système a atteint l'âge T ou lorsqu'il enregistre m défaillances. Dans cette politique le système subit une inspection soit à l'âge T soit lorsque m machines sont tombées en panne, et durant l'inspection tous les éléments défaillants sont remplacés par des neufs, les éléments en fonctionnement continuent de travailler. Les variables de décision sont m et T .

Gertsbakh [91] a introduit une politique pour un système composé de n éléments identiques avec des durées de vies exponentielles, le système est réparé lorsque le nombre d'éléments défaillants atteint un certain nombre prédéterminé k qui est la variable de décision. *Vergin et Scriabin* [92] ont proposé une politique (n, N), sous cette politique un élément est remplacé préventivement après un fonctionnement de N périodes où il est remplacé en groupe s'il a fonctionné pour n périodes et un autre élément est tombé en panne ou un autre élément a atteint l'âge de son remplacement préventif (où $n < N$). *Love & al* [93] établit une politique de maintenance en groupe pour une flotte de véhicules. Sous cette politique un véhicule est remplacé lorsque son coût de réparation dépasse une limite prédéterminée ; sinon, il est réparé. *Sheu et Jhang* [94] ont proposé une politique en deux phases pour un groupe d'éléments réparables identiques. L'intervalle $(0, T]$ est défini comme étant la première phase et l'intervalle $(T, T+W]$ est défini comme étant la deuxième phase. Les unités élémentaires peuvent avoir deux types de défaillances. La défaillance de *type I* qui est corrigée par une réparation minimale et la défaillance du *type II* qui est corrigée par un remplacement individuel ou elle est sujette à une non action, une maintenance en groupe est exécutée au temps $T+W$ ou après la k^{eme} non action. Les variables de décision sont T , W et k .

Wildeman & al [95] ont discuté une politique de maintenance en groupe en considérant que les actions de maintenance sur un système technique implique un coût d'intervention commun qui est le même pour toutes les activités, il est payé à chaque fois que le système reçoit une action de maintenance, quel que soit le composant concerné par l'intervention, ce coût est communément appelé dans la littérature «*set-up cost*». Dans ce cas, regrouper des activités de maintenance

engendrerait des gains sur le coût total de l'intervention, car le coût commun sera payé une seule fois.

Assaf et Shanthikumar [96] ont proposé une politique de préparation en groupe pour un ensemble de N machines ayant des durées de vie exponentielles. Une machine défaillante peut être réparée à tout moment, et la réparation est parfaite. Le nombre de machines défaillantes dans le système est inconnu jusqu'à l'inspection. Après l'inspection, une décision sera prise pour la réparation des machines défaillantes ou pas en se basant sur le nombre de machines défaillantes dans le système, qui représente la variable de décision de la politique.

III.5.3. Politique de regroupement des maintenances préventives :

L'avantage principal de la maintenance préventive est son caractère planifiable notamment lorsqu'une préparation du travail est nécessaire, tels que commander la pièce de rechange à temps et s'assurer de la disponibilité du personnel ainsi que toute la logistique de maintenance aux temps d'exécution planifiés. Nous distinguons les modèles où tous les composants du système sont conjointement maintenus (politique mono-groupe) et les modèles où les composants sont répartis en plusieurs groupes devant recevoir de la maintenance préventive conjointement (politique multi-groupes). Dans ce dernier cas, une configuration de regroupement optimale doit être déterminée.

III.5.3.1. Politique mono-groupe (maintenance en bloc)

Suivant cette politique, tous les composants du système sont conjointement maintenus, sur la base de considérations physiques (par rapport à l'ingénierie) ou d'un résultat d'un certain modèle d'optimisation [97]. Cette politique est applicable dans les cas où le « set-up cost » est très élevé, sans avoir recours à une méthode formelle, il est clair que le regroupement des activités de maintenance serait optimal. Une bonne partie des modèles, développés suivant cette politique, est basée sur la politique de remplacement périodique avec réparation minimale à la défaillance, l'expression (III.20) peut être alors reformulée de la façon suivante :

$$C_{mono}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^n M_i(\tau) + C_G^P}{\tau} \quad \text{III. 21}$$

Où $M_i(\tau)$ représentent tous les coûts de défaillance et de la réparation durant un intervalle de temps de longueur τ et C_G^P le coût du remplacement préventif de tous les composants.

Si nous considérons que : $M_i(\tau) = c_i^c \int_0^\tau \lambda_i(t) dt$ et $C_G^P = \sum_G c_i^P + C_0$ avec c_i^c, c_i^P et $\lambda_i(t)$ respectivement, le coût de MC, le coût de MP et le taux de défaillance du composant i , C_0 le coût commun (set-up cost), après intégration dans la relation (III.21) nous obtenons:

$$C_{mono}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^n c_i^c \int_0^\tau \lambda_i(t) dt + \sum_G c_i^P + C_0}{\tau} \quad \text{III. 22}$$

III.5.3.2. Politique multi-groupes

Suivant cette politique, nous devons constituer, d'une façon optimale, plusieurs groupes devant subir conjointement des remplacements préventifs. Nous distinguons deux façons de regrouper les composants d'un même système: le regroupement direct et le regroupement indirect. Dans la première approche, les composants sont répartis en sous-groupes dont les composants sont périodiquement maintenus en même temps, donc chaque sous-groupe aura sa propre périodicité optimale de la maintenance préventive. Dans la deuxième approche, le système doit recevoir des actions de maintenance préventive à intervalles de temps réguliers, et chaque composant est maintenu à intervalle également régulier dont la longueur doit être multiple de l'intervalle de base relatif au système. Dans ce cas les sous-groupes ne sont pas prédéterminés mais ils sont indirectement formés quand la maintenance des différents composants coïncide.

➤ Politique de regroupement directe

Suivant cette stratégie, tous les composants du système sont répartis en un certain nombre de sous-groupes. Les composants de chaque sous-groupe sont toujours conjointement maintenus avec une périodicité devant être optimale pour le sous-groupe, sur la base de considérations structurelles (les composants appartenant au même sous-système sont conjointement maintenus) ou sur la base de caractéristiques de fiabilité (les composants ayant des durées de vie proches sont conjointement maintenus). *Van Dijkhuizen et Van Harten* [98] ont proposé la politique suivante: Chaque composant dispose de sa propre fréquence optimale de maintenance, et tous les composants sont répartis en sous-groupes. La fréquence la

plus élevé parmi tous les composants du sous-groupe est choisie pour effectuer la maintenance préventive pour tous les composants du sous-groupe. Dans ce cas la maintenance des composants avec de basses fréquences (intervalles larges) doit être avancée, le problème avec cette stratégie est que lorsque le coût commun (set-up cost) n'est pas très élevée, notamment par rapport aux coûts de la pièce de rechange, la politique peut être onéreuse et perd ainsi tout sens d'optimalité.

➤ **Politique de regroupement indirecte**

L'approche précédente s'appuie sur l'optimisation de sous-groupes prédéterminés, à présent nous nous intéresserons au cas où le regroupement lui-même doit être optimisé, ce qui fait que le problème devient plus complexe eu égard à son aspect combinatoire. En effet, le son modèle renferme $n + 1$ paramètres, une variable réelle τ et pour chaque composant i un entier $k_i, i = 1, 2, \dots, n$. Ce qui veut dire qu'à chaque τ unités de temps une occasion est créée pour la MP et le composant i est préventivement remplacé à intervalles réguliers multiples de τ (à $k_i\tau$). Il est à noter que ce modèle, communément connu sous le nom de regroupement indirect standard (SIG pour standard indirect grouping), a été utilisé d'abord en théorie des stocks [99], il a été introduit en maintenance par *Goyal* et *Kusy* [100] et développé ensuite par *Goyal* et *Gunasekaran* [101]. Le coût total par unité de temps est donné par :

$$C_{SIG}(\tau) = \frac{C_0}{\tau} + \sum_{i=1}^n \frac{c_i^p + M_i(k_i\tau)}{k_i\tau} \quad \text{III. 23}$$

Il s'agit de trouver les valeurs optimales (qui minimiseraient la fonction objective III.23) pour τ et les k_i ($i= 1, 2, \dots, n$), le problème est donc un problème de programmation mixte (entiers et réels), ce qui rend difficile sa résolution qui est étroitement liée à la structure des fonctions du coût de défaillance M_i . En supposant une forme polynomiale d'ordre deux pour tous les composants, *Goyal* et *Gunasekaran* [101] ont donné un algorithme itératif de résolution. Néanmoins, la possibilité d'avoir des occasions vides (empty occasions) n'est pas prise en compte, ce qui peut éloigner les valeurs trouvées de la solution optimale. Notons que les occasions vides surviennent lorsque le plus petit des entiers k_i ($i= 1, 2, \dots, n$) est supérieur à 1, alors la maintenance préventive n'a pas forcément lieu après chaque intervalle τ . Par exemple, si nous avons deux composants avec $k_1=2$ et $k_2=3$, alors

par deux occasions sur six le système ne subit pas la maintenance, donc le coût commun total payé sera de $4C_0/6\tau$ au lieu de C_0/τ comme mentionné dans l'expression (III.23).

III.5.4. Politique de regroupement des maintenances préventives avec les maintenances correctives (maintenance opportune) :

Comme il a été mentionné précédemment, les dépendances dans les systèmes multi-composants, notamment la dépendance économique, font qu'il est profitable d'effectuer de la maintenance préventive sur un élément non défaillant au moment où la réparation de l'élément défaillant a commencé. *Berg* [102] a suggéré une politique de remplacement préventif pour une machine avec deux composants identiques sujets à des défaillances exponentielles. Dans cette politique l'élément non défaillant est aussi remplacé avec l'élément défaillant si son âge dépasse une limite de contrôle prédéterminée L . Plus tard, *Berg* [103] a fait une extension de cette politique où tous les deux composants sont remplacés soit lorsque l'un d'eux tombe en panne et l'âge de l'autre dépasse la limite de contrôle L , soit lorsque l'un quelconque des deux atteint un âge critique prédéterminé S . Un élément est remplacé à l'âge T ou à la défaillance.

Zheng et Fard [81] ont examiné une politique de maintenance opportune basée sur la tolérance du taux de défaillance pour un système avec k types différents d'éléments. Dans cette politique, une unité est remplacée (remplacement actif), soit lorsque le taux de défaillance atteint L ou à la défaillance avec un taux de défaillance compris dans l'intervalle prédéterminé $(L-u, L)$. Quand un élément est remplacé car son taux de défaillance atteint L , tous les éléments en service avec un taux de défaillance compris dans l'intervalle $(L-u, L)$ sont aussi remplacés (remplacement passif). Un élément reçoit une réparation minimale lorsque son taux de défaillance est dans l'intervalle $(0, L-u)$. Les variables de décision sont L et u .

Nakagawa et Murthy [104] ont étudié une autre politique de maintenance opportune. Ils ont considéré un système à deux unités (unité 1 et unité 2). Si l'unité 1 tombe en panne, elle subit une réparation minimale et les défaillances de cette unité se produisent suivant un processus de Poisson non homogène avec une fonction d'intensité $\lambda(t)$ croissante en t . De plus, quand l'unité 1 tombe en panne, deux interactions de défaillance entre les deux unités sont indiquées :

a) Défaillance induite: l'unité 2 tombe en panne à la $j^{\text{ème}}$ panne de l'unité 1 avec une probabilité α_j .

b) Dommages de choc: L'unité 1 cause des dommages avec une distribution $G(z)$ à l'unité 2.

Dans ces deux types d'interactions, le système est remplacé à la défaillance de l'unité 2 ou à la $N^{\text{ème}}$ défaillance de l'unité 1, tout dépend de l'événement qui se produit en premier.

Dagpunar [105] a introduit une politique générale de maintenance où un composant est remplacé durant une opportunité où le système est disponible. Une opportunité survient si la défaillance d'un autre élément permet le remplacement de l'élément en question. Il est supposé que les opportunités se produisent suivant un processus de Poisson (cas d'un système avec un grand nombre de composants régulièrement maintenus). Dans cette politique un composant est remplacé si son âge à une opportunité dépasse une limite de contrôle pré-spécifiée.

Pham et Wang [106] ont proposé deux nouvelles (τ, T) politiques de maintenance opportune pour un système k -parmi- n . *Wang & al* [107] ont étudié la préparation de la maintenance opportune pour un système multi-composant avec $(n+1)$ sous-systèmes.

III.5.5. Politique de regroupement dynamique :

Les modèles précédents supposent une situation stable à long terme, le plus souvent on considère que l'horizon de planification est infini. Ce type de modèles, dits stationnaires, donne des prévisions (règles de décision) pour la maintenance qui restent invariables le long de tout l'horizon considéré, en se basant uniquement sur la connaissance à priori (passif du système) du système et de son environnement. Ils génèrent par exemple des fréquences de maintenance à adopter le long de tout le cycle de vie du système (jusqu'à son déclassement).

Durant l'exploitation du système, des évolutions peuvent survenir concernant ces propriétés (dégradation notable) ou les coûts de maintenance (variation du coût de la pièce de rechange ou de la matière première) ou tout simplement un événement imprévu pouvant constituer une opportunité pour exécuter de la maintenance. Pour permettre la prise en compte de nouvelles informations pouvant arriver à court terme, des modèles de maintenance dits modèles de regroupement dynamiques sont

introduits. Ils permettent de générer des décisions dynamiques pouvant varier et adaptées aux nouvelles situations le long de l'horizon considéré.

Nous distinguons les modèles à horizon fini et les modèles à roulement d'horizon. Les modèles à horizon fini considèrent le système seulement pour une période donnée, ils supposent implicitement que le système ne sera plus utilisé à la fin de l'horizon considéré. Ces modèles intègrent une valeur résiduelle pour estimer la valeur industrielle du système à la fin de sa période d'utilisation. Les modèles à roulement d'horizon (rolling-horizon models) considèrent également un horizon fini, mais qui se répète à long terme (le long d'un horizon infini). Cette approche peut être vue comme une discrétisation du temps, le processus de maintenance démarre avec des décisions obtenues sur la base des informations disponibles, en supposant un horizon infini, dès qu'une nouvelle information est disponible les prévisions initiales sont revues pour générer de nouvelles prévisions. Ces modèles utilisent le théorème de probabilités conditionnelles de Bayes.

III.6. Autres modèles de maintenance pour systèmes multi-composants :

Pour les systèmes complexes à plusieurs composants, quand aucune dépendance n'existe entre les composants, le modèle mono-composant classique, développé par *Barlow* et *Hunter* [68] peut être appliqué, séparément, à chaque composant, pour obtenir un plan de remplacement optimal. Cependant, la structure générale des systèmes multi-composants impose la prise en compte des interactions entre les divers composants, lors de l'optimisation de la politique de maintenance. La dépendance économique concerne la majorité des unités à fonctionnement continu, telles que les raffineries de pétrole, les complexes chimiques et pétrochimiques, les lignes de production en masse et les centrales de production d'énergie [108 ; 109]. Pour ce type de systèmes, le coût d'un arrêt est souvent plus élevé que le coût des composants à remplacer. Par conséquent, il y a un grand potentiel pour dégager des gains en mettant en œuvre une politique de maintenance adaptée. Les articles-synthèses [89 ; 64 ; 66 ; 67] montrent que la majorité des auteurs utilisent des hypothèses simplificatrices, ou traitent des systèmes particuliers (considèrent une structure spéciale), dans le but de formuler mathématiquement le problème avec moins de difficultés.

D'un autre point de vue, la plupart des modèles de décision développés sont basés sur la programmation dynamique ou les approches markoviennes [110 ; 111], qui approchent des variables de décision continues par des variables discrètes finies. Ces restrictions dans les formulations de modèles de maintenance peuvent affecter l'optimalité des solutions en raison de la réduction de l'espace de recherche de solutions. En outre, il est souvent difficile d'appliquer les modèles d'état discret aux systèmes ayant un grand nombre de composants et de distributions de défaillances différentes.

Deux approches de planification sont souvent utilisées pour les systèmes multi-composants. Les modèles de maintenance (de remplacement) en groupe/bloc et les modèles de maintenance opportune. Suivant la politique de maintenance en bloc/groupe, un groupe entier d'éléments ou de composants est remplacé à intervalles périodiques. L'intervalle est déterminé en se basant sur le temps, le coût ou tous les deux [90 ; 112 ; 113]. Exécuter la maintenance périodiquement peut se révéler comme une option coûteuse, car les composants peuvent être remplacés bien qu'ils soient en bon état. Suivant la politique opportune, la défaillance d'un composant est considérée comme une opportunité pour la maintenance (le remplacement) préventive de certains autres composants non défaillants. Le concept de la maintenance opportune vient du fait qu'il y ait possibilité de dépendance entre les divers composants du système. Par exemple, le coût de plusieurs actions simultanées de maintenance sur différents composants serait inférieur à la somme des coûts des différentes actions de maintenance exécutées séparément [114]; cela est dû aux potentiels gains à réaliser sur le coût commun (set-up cost). Cela est particulièrement vrai dans le cas des systèmes en série, où la défaillance de n'importe quel composant entraînerait l'arrêt du système entier. Par conséquent, effectuer la maintenance préventive sur certains composants au moment du remplacement des composants défaillants, engendrerait un coût additionnel très bas, comparé au remplacement séparé de ces composants. Dans ces conditions, les décisions concernant la maintenance pour un composant dépendent des états (des âges) des autres composants du système [115 ; 116], la difficulté est de trouver un moyen de déterminer les états des différents composants à chaque opportunité. D'un autre point de vue, si la maintenance opportune permet de saisir toute occasion pour

faire des économies sur les coûts de maintenance; en revanche, la préparation du travail à l'avance est difficile.

Pour les systèmes multi-composants ayant un grand nombre d'éléments, diverses techniques ont été appliquées pour contourner leur complexité. *Dekker et Roelvink* [117] ont présenté un modèle heuristique de remplacement, il est valable seulement lorsqu'un groupe prédéterminé de composants est remplacé. *Huang et Okogbaa* [114] ont donné une approche de planification des remplacements basée sur les bornes de coûts, ils affirment qu'elle est plus efficace que certains modèles optimaux sophistiqués mais incorrectement formulés. *Vander Duyn Schoutenet Vaneste* [116] ont examiné des stratégies (n, M) mais ils ont fourni un algorithme pour un système à deux composants identiques seulement, la généralisation de leur algorithme pour les systèmes à plus de deux composants est très difficile. *Zheng et Fard* [118] ont proposé une politique de maintenance opportune permettant des remplacements conjoints, mais elle ne permet pas d'utiliser les défaillances comme des opportunités, il n'y a que la maintenance préventive qui peuvent être regroupées. *Goyal et Gunasekaran* [101] ont présenté un modèle pour systèmes multi-composants ayant une structure de détérioration très spéciale, décrivant une flotte de transport composée de groupes de véhicules, les véhicules défaillants sont laissés dans cet état jusqu'à un certain moment opportun où une maintenance en groupe est exécutée. Cette approche n'est plus possible pour les systèmes en série, tels qu'une machine ou une ligne de production car la défaillance d'un élément engendre la défaillance du système global. *Wang et Pham* [111] ont étudié des modèles de disponibilité et de maintenance avec réparation imparfaite avec corrélations entre les réparations et les défaillances pour des systèmes en série avec des distributions arbitraires des temps de défaillance et des temps de réparation; leur modèle est basé sur le processus de quasi-renouvellement. Afin de trouver la solution optimale, *Duarte & al* [119] ont proposé un algorithme pour l'optimisation de la gestion de la maintenance préventive d'un système en série, mais ils supposent que tous les composants exhibent un taux de défaillance linéairement croissant et un taux de réparation constant. *Samrout & al* [120] ont présenté une méthode pour réduire le coût de maintenance préventive des systèmes série-parallèles, mais leur méthode traite seulement le cas de taux de défaillance constants. Pour beaucoup de systèmes réels, les hypothèses mentionnées précédemment doivent être relaxées

pour obtenir des modèles plus réalistes. Cependant, cette relaxation pourrait conduire à plus de complication dans la formulation mathématique des modèles et/ou plus d'efforts dans leur résolution. Pour contourner ces difficultés, notamment pour les systèmes avec un grand nombre de composants, les méthodes de simulation peuvent se révéler intéressantes et pourraient être très performantes [121 ; 122].

III.7. Conclusion :

La maintenance a pour objectif d'améliorer la disponibilité des systèmes, de réduire la fréquence de défaillances et ainsi que leurs coûts globaux. Les diverses dépendances existantes entre les composants doivent être prises en compte lors de l'optimisation des systèmes multi-composants. La maintenance préventive n'est efficace que dans le cas d'un taux de défaillance croissant, par conséquent avant la mise en œuvre d'une politique de maintenance préventive, il est d'abord nécessaire de s'assurer de cela. La plupart des auteurs supposent l'abondance de données, cependant pour les systèmes industriels, nous disposons généralement de peu de données de défaillance et souvent partielles, menant à une estimation biaisée des paramètres de lois des durées de vie et par conséquent à des décisions inadéquates sur la politique de maintenance. On a choisi dans ce travail de mettre la lumière sur le modèle de la maintenance préventive imparfaite avec réparation minimale car cette politique présente une remarquable efficacité en termes de réduction du taux de défaillance et par conséquent le coût de la maintenance préventive, ce qui explique leur usage fréquent dans les entreprises industrielles

CHAPITRE - IV :

Minimisation du coût de la maintenance préventive par un algorithme génétique

IV.1. Introduction :

L'optimisation par les algorithmes génétiques est appropriée à être utilisée dans la recherche de l'optimum d'une fonction qui contienne une grande quantité de paramètres à analysés en raison de leurs interdépendances compliquées et non-linéaires. Cet avantage leurs permet d'être exploitées dans divers domaines. Dans ce travail, on a appliqué cette technique d'optimisation dans le but de minimiser le coût d'une des politiques de la maintenance préventive décrite dans le troisième chapitre et dite politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale. Le choix du model de cette politique qui peut être résolu par les méthodes de résolution exacte, nous donne la possibilité d'évaluer les résultats de l'algorithme génétique en se basant sur ceux des méthodes déterministes.

IV.2. Développement du model de coût :

IV.2.1. Model général de la politique choisie :

Selon la politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale, la machine reçoit un certain nombre de révisions partielles périodiquement et après une révision générale. Nous avons donné précédemment le model de *Gertsbakh* [80] dont le coût moyen par unité de temps est donné par la relation III.20.

Notons que le model de *Gertsbakh* est issu du model du coût de la maintenance préventive périodique avec réparation minimale, en supposant que l'effet de toutes les maintenances préventives est constant, et en variant le taux de défaillance exponentiellement, d'une quantité égale à e^α ($\alpha > 0$).

IV.2.2. Model simplifié :

Sous les deux hypothèses suivantes :

1. l'élément reçoit une réparation minimale suite à une défaillance ; donc, les défaillances surviennent suivant un processus de Poisson non homogène.
2. la distribution de défaillance du système suit un model de Weibull avec $\gamma=0$.

Le nombre moyen de défaillances $H(T)$ dans un intervalle $[0;T]$ et le taux de défaillance $\lambda(t)$ sont exprimés respectivement par les relations III.17 et III.10. Donc, on aura :

$$H(T) = \int_0^T \frac{\beta}{\eta} \left[\frac{t}{\eta} \right]^{\beta-1} dt = \frac{\beta}{\eta} \int_0^T \left[\frac{t}{\eta} \right]^{\beta-1} dt$$

$$H(T) = \frac{\beta}{\eta} \int_0^T \left[\frac{t^{\beta-1}}{\eta^{\beta-1}} \right] dt = \frac{\beta}{\eta^\beta} \int_0^T t^{\beta-1} dt$$

$$H(T) = \frac{\beta}{\eta^\beta} \left[\frac{t^\beta}{\beta} \right]_0^T = \frac{\beta}{\eta^\beta} * \left(\frac{T^\beta}{\beta} - 0 \right)$$

$$H(T) = \frac{T^\beta}{\eta^\beta} \quad \text{IV. 1}$$

En remplaçant IV.1 dans III.20 on obtient :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot (T^\beta / \eta^\beta) (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)}) + (K-1)C_p + C_{ov}}{KT} \quad \text{IV. 2}$$

D'où :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot T^\beta (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)})}{KT\eta^\beta} + \frac{(K-1)C_p + C_{ov}}{KT}$$

Donc :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot T^{\beta-1} (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)})}{K\eta^\beta} + \frac{(K-1)C_p + C_{ov}}{KT} \quad \text{IV. 3}$$

La formule IV.3 représente notre fonction objective à minimiser. Dans ce but, on va utiliser deux méthodes de résolution exactes afin de comparer leurs résultats avec ceux de l'algorithme génétique.

IV.3 Application industrielle:

IV.3.1 Cas d'un compresseur RI80-5 :

Dans cette application on veut minimiser le coût de maintenance d'un compresseur situé à la centrale à oxygène « COX » au sein du complexe sidérurgique d'El-Hadjar.

IV.3.1.1 Collection des données :

De l'historique des équipements de l'unité COX, on a relevé ce tableau des arrêts du compresseur :

N° d'opération	Date	TTR (h)	TBF (h)
1	10/05/2002	18	1740
2	21/08/2002	13	2402
3	21/10/2002	22	1482
4	07/02/2003	25	2504
5	04/04/2003	25	1391
6	27/07/2003	22	2709
7	18/01/2004	25	2653
8	01/05/2004	8	2520
9	30/07/2004	20	2013
10	30/10/2004	16	1990
11	21/01/2005	30	1929
12	01/03/2005	36	960
13	20/05/2005	4	1892
14	18/09/2005	4	2842
15	04/12/2005	14	1841
16	16/01/2006	67	1253
17	11/05/2006	6	2778
18	19/06/2006	32	1660
19	23/09/2006	14	2022
20	12/12/2006	48	1910
21	11/01/2007	42	1452
22	11/02/2007	60	1008
23	08/05/2007	16	1370
24	07/06/2007	8	696
25	17/08/2007	4	1702
26	19/11/2007	12	2210
27	18/02/2008	10	2151
28	22/05/2008	25	2269
29	27/07/2008	48	1592
30	30/09/2008	25	1550

Tableau IV.1 : Historique des pannes du compresseur.

Le service maintenance suit une politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale donc le model de coût IV.3 est valable, en prenant aussi en considération les deux hypothèses mises dans la simplification du model.

IV.3.1.2 Détermination des paramètres de Weibull :

- calcul de $f(t)$ « la fonction de répartition réelle »

TBF(h)	Ni	Σni	f (t)
696	1	1	0,032
960	1	2	0,064
1008	1	3	0,096
1253	1	4	0,129
1370	1	5	0,161
1391	1	6	0,193
1452	1	7	0,225
1482	1	8	0,258
1550	1	9	0,29
1592	1	10	0,322
1660	1	11	0,354
1702	1	12	0,387
1740	1	13	0,419
1841	1	14	0,451
1892	1	15	0,483
1910	1	16	0,516
1929	1	17	0,548
1990	1	18	0,58
2013	1	19	0,612
2022	1	20	0,645
2151	1	21	0,677
2210	1	22	0,709
2269	1	23	0,741
2402	1	24	0,774
2504	1	25	0,806
2520	1	26	0,838
2653	1	27	0,87
2709	1	28	0,903
2778	1	29	0,945
2842	1	30	0,967

Tableau IV.2 : Calcul de $f(t)$ « la fonction de répartition réelle ».

En traçant le droite D qui passe par le couple de point (t, f(t)) dans le papier de Weibull et sa parallèle D' qui passe par l'origine O, on obtient les valeurs suivantes : $\eta=2100$ h ; $\beta=3,3$. (Voir annexe 1).

IV.3.1.3 Test de validation de (KOLMOGOROV- SMIROV) :

- calcul de $F(t)$ « la fonction de répartition théorique »

TBF(h)	R(t)	F(t) = 1 - R(t)
696	0,975	0,025
960	0,928	0,072
1008	0,916	0,084
1253	0,844	0,166
1370	0,784	0,216
1391	0,774	0,226
1452	0,744	0,256
1482	0,729	0,271
1550	0,693	0,307
1592	0,670	0,330
1660	0,632	0,368
1702	0,607	0,393
1740	0,585	0,415
1841	0,524	0,476
1892	0,493	0,507
1910	0,482	0,518
1929	0,470	0,530
1990	0,433	0,567
2013	0,420	0,580
2022	0,414	0,586
2151	0,339	0,661
2210	0,307	0,693
2269	0,275	0,725
2402	0,211	0,789
2504	0,168	0,832
2520	0,162	0,838
2653	0,116	0,884
2709	0,099	0,901
2778	0,081	0,919
2842	0,067	0,933

Tableau IV.3 : Calcul de $F(t)$ « la fonction de répartition théorique ».

➤ Calcul de $D_{n,max}$

TBF (h)	F (t)	f (t)	$D_{n,i}$
696	0,025	0,032	0,007
960	0,072	0,064	0,008
1008	0,084	0,096	0,012
1253	0,166	0,129	0,037
1370	0,216	0,161	0,055
1391	0,226	0,193	0,033
1452	0,256	0,225	0,031
1482	0,271	0,258	0,013
1550	0,307	0,290	0,017
1592	0,330	0,322	0,008
1660	0,368	0,354	0,014
1702	0,393	0,387	0,006
1740	0,415	0,419	0,004
1841	0,476	0,451	0,025
1892	0,507	0,483	0,024
1910	0,518	0,516	0,002
1929	0,530	0,548	0,018
1990	0,567	0,580	0,013
2013	0,580	0,612	0,032
2022	0,586	0,645	0,059
2151	0,661	0,677	0,006
2210	0,693	0,709	0,016
2269	0,725	0,741	0,016
2402	0,789	0,774	0,015
2504	0,832	0,806	0,026
2520	0,838	0,838	0
2653	0,884	0,870	0,014
2709	0,901	0,903	0,002
2778	0,919	0,945	0,026
2842	0,933	0,967	0,034

Tableau IV.4 : Calcul de $D_{n,max}$

Pour les matériels industriel on prend un risque d'erreur $\alpha = 0.05$;

D'après le tableau (voir annexe 2) : $D_{n,\alpha} = 0,24$;

Et d'après le tableau IV.10 : $D_{n,max} = 0,059$;

Donc : $D_{n,max} < D_{n,\alpha}$;

Par conséquent, l'hypothèse d'un modèle de Weibull est admise pour la relation des pannes du compresseur pendant la durée de vie étudié (de 2001 à 2007).

IV.3.1.4 Optimisation a l'aide d'une dérivation simple :

La fonction objective $C(T)$ que l'on veut minimiser est dérivable ; dans ce cas là, il suffit de déterminer T^* la solution de l'équation $C'(T^*)=0$ qui nous amènera au minimum de $C(T)$ en prenant en considération les conditions suivantes :

$$C_c > 0; C_p > 0; C_{ov} > 0; T > 0; K > 0; \beta > 1; \alpha > 0 \text{ et } \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial C(T)}{\partial T} \right) \geq 0$$

On a :

$$C(T) = \frac{C_c T^{\beta-1} (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)})}{K \eta^\beta} + \frac{(K-1)C_p + C_{ov}}{KT}$$

Donc :

$$C'(T) = \frac{C_c (\beta - 1) T^{\beta-2} (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)})}{K \eta^\beta} - \frac{(K-1)C_p + C_{ov}}{KT^2}$$

$$C'(T) = \frac{C_c (\beta - 1) T^\beta (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)}) - \eta^\beta ((K-1)C_p + C_{ov})}{\eta^\beta T^2} \quad \text{IV.4}$$

Alors, on déduit la relation de T^* pour que $C'(T^*)=0$:

$$\frac{C_c (\beta - 1) T^{*\beta} (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)}) - \eta^\beta ((K-1)C_p + C_{ov})}{\eta^\beta T^{*2}} = 0$$

$$C_c (\beta - 1) T^{*\beta} (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)}) - \eta^\beta ((K-1)C_p + C_{ov}) = 0$$

$$C_c (\beta - 1) T^{*\beta} (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)}) = \eta^\beta ((K-1)C_p + C_{ov})$$

$$T^{*\beta} = \frac{\eta^\beta ((K-1)C_p + C_{ov})}{C_c (\beta - 1) (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)})}$$

$$T^* = \sqrt[\beta]{\frac{\eta^\beta ((K-1)C_p + C_{ov})}{C_c (\beta - 1) (1 + e^\alpha + \dots + e^{\alpha(K-1)})}} \quad \text{IV.5}$$

Nous avons établi un programme en Matlab permettant de calculer la valeur de T^* en heures et en jours et le coût minimal, avec une. Le tableau IV.5 présente les données utilisées dans cette application.

Les coûts de maintenance sont proposés ainsi que le nombre de révision partielle K et le facteur d'efficacité de la maintenance α .

C_c	C_p	C_{ov}	K	α	β	η
150000	800000	6000000	5	0.8	3.3	2100

Tableau IV.5 : Les données de l'application (cas du compresseur).

Les résultats du programme sont réunis dans le tableau IV.6 :

Système	T^* en heures	T^* en jours	C_{min} (DA)
Compresseur	1807.6	75.31	1460.5

Tableau IV.6 : $T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par la méthode de dérivation (Cas du compresseur).

La figure IV.1 montre graphiquement l'évolution du coût C en fonction de T :

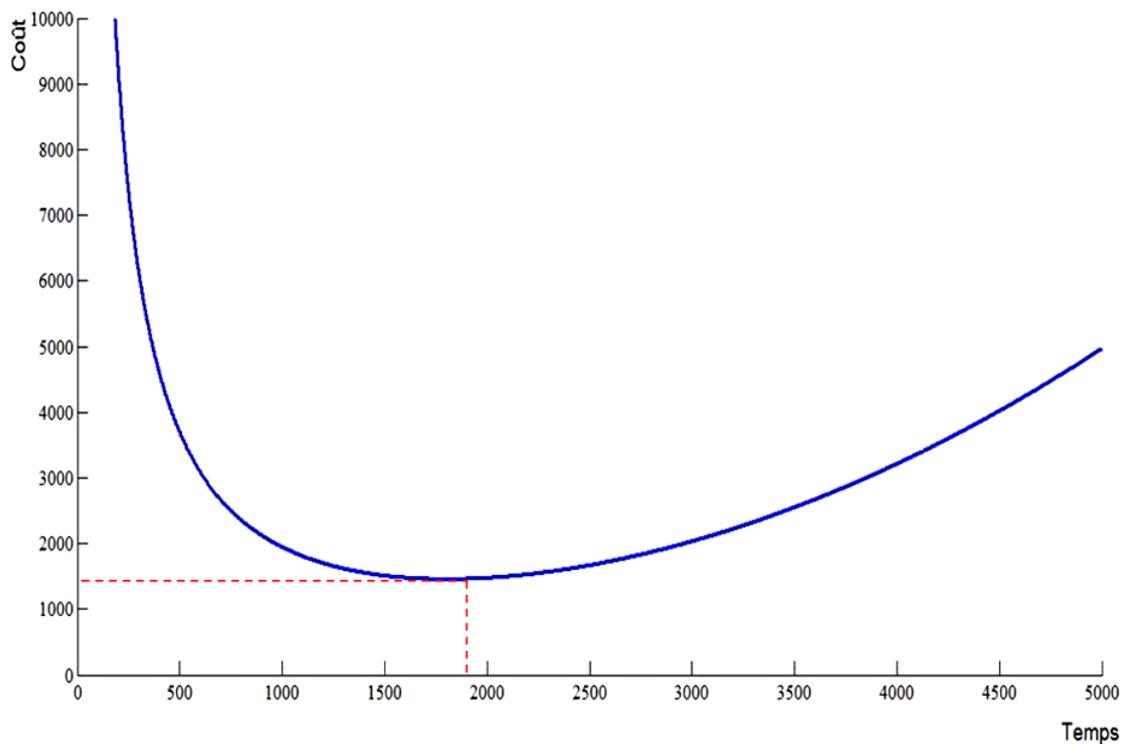


Fig. IV.1 : Evolution du coût C en fonction de T (cas du compresseur).

❖ **Commentaire :**

La courbe présentée dans la figure IV.1 illustre les résultats du programme. Le coût commence à décroître jusqu'à ce qu'il atteigne sa valeur minimale correspond à T^* , puis il s'accroît avec le temps.

IV.3.1.5 Optimisation avec la méthode du nombre d'or :

La méthode du nombre d'or (golden search method) citée dans le deuxième chapitre fait partie des méthodes de résolution exacte. Elle est apte à trouver l'extrémum d'une fonction $f(x)$ en passant par les étapes suivantes :

- 1^{ère} étape : prends les deux points $c = a + (1 - r)h$ et $d = a + rh$ de l'intervalle $[a, b]$, avec $r = (\sqrt{5} - 1)/2$ et $h = b - a$.
- 2^{ème} étape : si la valeur de $f(x)$ dans ces deux points sont presque égaux [$f(a) \approx f(b)$] et la largeur de l'intervalle est suffisamment faible [$h \approx 0$], alors arrête l'itération pour quitter la boucle et déclare $x^0 = c$ ou $x^0 = d$ selon que $f(c) < f(d)$ ou non. Si non, passe à l'étape 3.
- 3^{ème} étape : si $f(c) < f(d)$, prends la nouvelle limite supérieure de l'intervalle $b \leftarrow d$; si non, prends la nouvelle limite inférieure de l'intervalle $a \leftarrow c$. puis reviens à la 1^{ère} étape.

Notez les points suivants concernant la procédure de la méthode du nombre d'or :

- À chaque itération, la nouvelle largeur de l'intervalle est :
 $b - c = b - (a + (1 - r)(b - a)) = rh$ ou $d - a = a + rh - a = r$ De façon qu'il devient r fois la largeur de l'ancien intervalle ($b - a = h$).
- Le nombre d'or r est fixé de telle sorte qu'un point $C_1 = b_1 - rh_1 = b - r^2h$ dans le nouveau intervalle $[c, b]$ se conforme avec $d = a + rh = b - (1 - r)h$, c'est-à-dire $r^2 = 1 - r$, $r^2 + r - 1 = 0$, $r = (-1 + \sqrt{1 + 4})/2 = (\sqrt{5} - 1)/2$.

Les résultats du programme que l'on a établi par Matlab sont insérés dans le tableau IV.7. Ce programme est destiné à calculer avec la méthode du nombre d'or les valeurs "xo" et "fo" correspond respectivement à la valeur de T optimale et C_{min} de notre fonction objective.

Système	Xo_heures	Xo_jours	$C_{min} (DA)$
Compresseur	1807.6	75.31	1460.5

Tableau IV.7 : $T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par la méthode du nombre d'or (Cas du compresseur).

❖ **Commentaire :**

Les résultats fournis par la méthode du nombre d'or sont identique à ceux de la dérivation simple, ce qui prouve l'efficacité de cette méthode dans la recherche de l'extrémum d'une fonction uni-modale.

IV.3.1.6 Optimisation avec l'algorithme génétique :

L'algorithme proposé dans ce travail se base sur le concept classique de cette technique. Il génère une population initiale d'individus sur qui les opérations décrites dans le deuxième chapitre sont appliquées. L'organigramme présenté dans la figure (IV.2) montre les principales actions de l'algorithme.

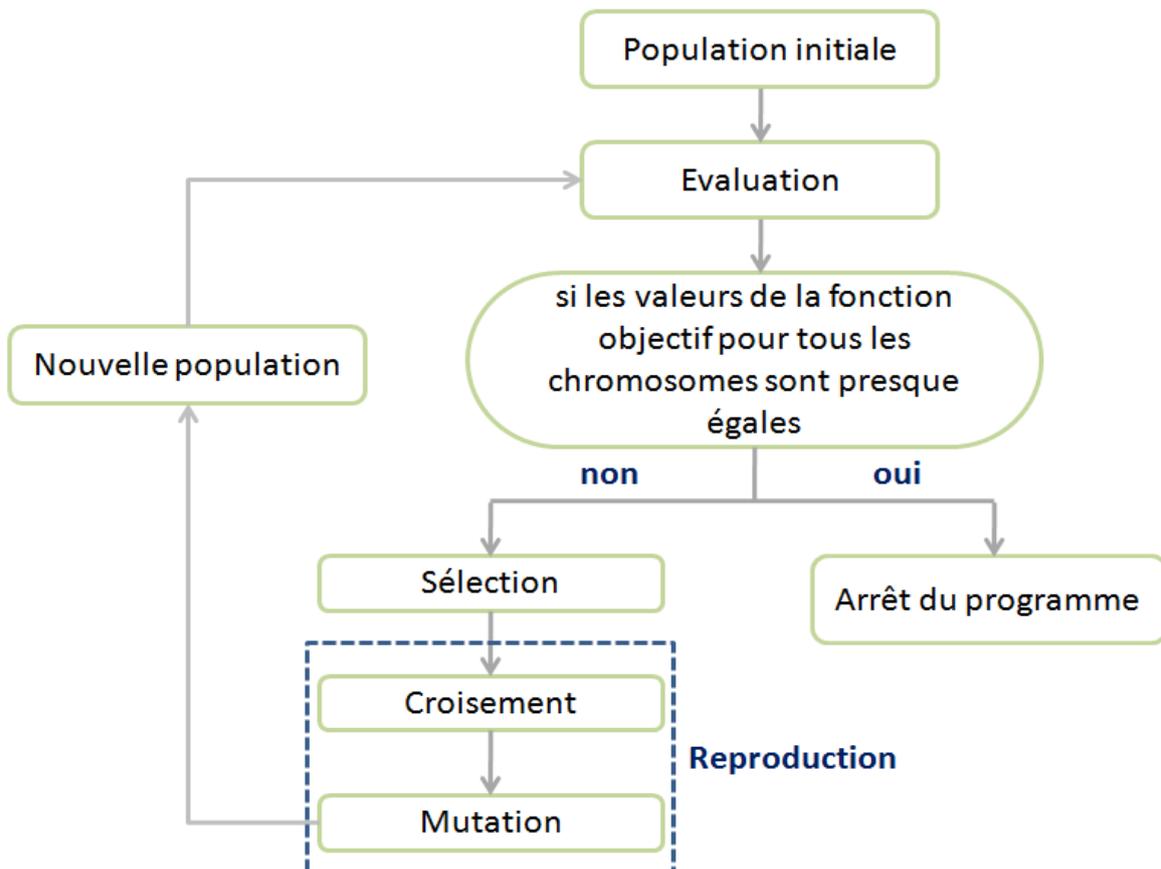


Fig. IV.2 : Schéma de l'algorithme.

Suite à cet algorithme, on a réalisé un programme en Matlab en vue de minimiser notre fonction objective $C(T)$ par la technique des algorithmes génétiques. Ce programme nécessite plusieurs exécutions, c'est ce qu'on appelle l'entraînement du programme afin de choisir la bonne solution, cela revient à la génération aléatoire de la population initiale et les probabilités de croisement et de mutation ce qui donne des solutions différentes à chaque exécution, mais ça reste toujours autour de la valeur exacte. La bonne solution sera celle qui correspond à la valeur minimale du coût. Le tableau IV.8 présente les résultats de dix exécutions.

Exécution	$T_{opt_Heure_gen}$ (xo)	$T_{opt_jour_gen}$ (xo/24)	Cmin (fo_gen) DA
1	1875.8	78.15	1462.8
2	1804.6	75.19	1460.5
3	1756.7	73.19	1461.8
4	1754.2	73.09	1462
5	1647.5	68.64	1474.4
6	1818.8	75.78	1460.5
7	1696.6	70.69	1467
8	1836.8	76.53	1460.9
9	1782.1	74.25	1460.8
10	1809	75.37	1460.5

Tableau IV.8 : $T_{optimal}$ et $C_{minimal}$ obtenus par l'algorithme génétique (Cas du compresseur).

❖ **Commentaire :**

En observant ces résultats, on peut clairement voir la diversité des solutions pour chaque exécution, mais après analyse, on remarque que ces solutions tournillent autour de la solution optimale. Un des résultats colorés est choisi comme solution de notre problème. La valeur minimale du coût est la même que celle des deux méthodes précédentes (voir tableau IV.9), donc la méthode est convergente.

solution exacte	solution approchée	Erreur _{absolue}	Erreur _{relative}
1460.5	1460.5	0	0

Tableau IV.9 : Comparaison des résultats du 1^{er} cas

IV.3.1.7 Interprétation des résultats du 1^{er} cas :

Les résultats obtenus dans cette application montrent que le compresseur devra subir une révision partielle après Soixante-quinze (75) jours de fonctionnement, et après cinq révisions partielles c'est-à-dire plus d'un an de fonctionnement le compresseur recevra une révision générale.

IV.3.2 Cas d'une grue (MGHK) :

IV.3.2.1 Données de défaillance et de maintenance :

Cette application est inspirée d'un travail fait par Laggoune. R et Haddad. C [123] en vu d'optimisation du coût de la maintenance préventive d'une grue portuaire mobile du terminal à conteneurs de Bejaia (BMT : Bejaia Méditerranéen Terminal). Les données de défaillance (tableau IV.10) et de maintenance (tableau IV.11) des deux sous-systèmes sont collectées au niveau du service maintenance des équipements de manutention du BMT.

Sous-système	Paramètre de forme β	Paramètre d'échelle η
Partie levage	2.8	2490.2
Partie rotation	1.5	2855.5

Tableau IV.10 : Données de défaillance de la grue

Sous-système	Partie levage	Partie rotation
Cov (DA)	50419252	21818680
Cp (DA)	688439.39	312166.5
Cc (DA)	115811.8	103778.76
K	10	10

Tableau IV.11 : Données des coûts et du paramètre K .

Notons que dans cette deuxième application la politique de la maintenance préventive suivie est la maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale, et les hypothèses supposées dans la première application sont prises en considération, sauf que là on a un système avec multi-composant ce qui exige un réarrangement des périodicités si c'est possible.

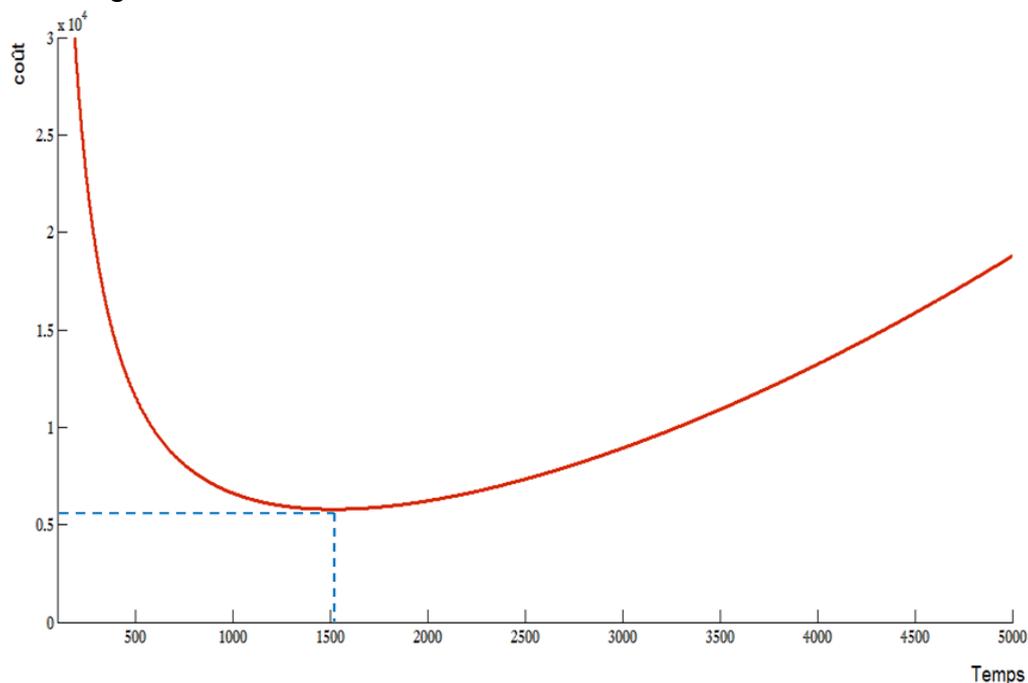
IV.3.2.2 Optimisation a l'aide d'une dérivation simple :

Le programme de calcul par Matlab a été établi dans la première application, alors, il suffit d'introduire les données des sous-systèmes pour avoir les résultats présentés dans le tableau IV.12 ainsi que la représentation graphique de $C(T)$ (figure IV.3) :

Sous-système	Partie levage	Partie rotation
T^* en heures	1520.6	1649.8
T^* en jours	63.36	68.74
$C(T^*)$ DA	5791.7	4478.4

Tableau IV.12 : T_{optimal} et C_{minimal} obtenus par la méthode de dérivation (Cas de la grue).

a) partie levage



b) Partie rotation

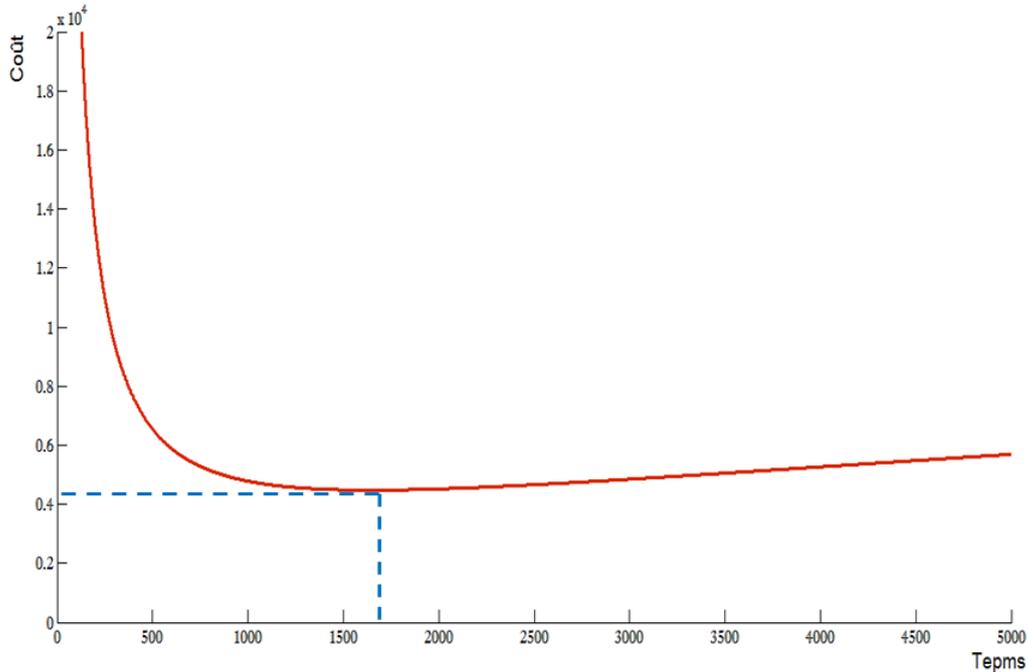


Fig. IV.3 : Evolution du coût C en fonction de T (cas de la grue)

a) Partie levage

b) Partie rotation

❖ **Commentaire :**

Les résultats présentés dans le tableau IV.12 indiquent que la valeur du coût minimale de la partie rotation est plus basse que celle de la partie levage, et avec une périodicité supérieure pour la partie rotation, ce qui est démontré par la figure IV.3.

IV.3.2.3 Optimisation avec la méthode du nombre d'or :

On a détaillé cette technique dans l'application précédente, donc on peut utiliser le programme en insérant les nouvelles données concernant les deux parties de la grue. Les solutions du programme sont réunies dans le tableau IV.13 :

Sous-système	Partie levage	Partie rotation
"xo" (heures)	1520.6	1649.8
"x_jr" (jours)	63.36	68.74
"fo" (DA)	5791.8	4478.4

Tableau IV.13 : T_{optimal} et C_{minimal} obtenus par la méthode du nombre d'or (Cas de la grue).

❖ **Commentaire :**

On n'a pas trouvé de différence en comparant les solutions de la méthode du nombre d'or avec les résultats de la première méthode ce qu'il ait été le cas dans la première application, et cela pour les deux parties de la grue.

IV.3.2.4 Optimisation avec l'algorithme génétique :

Le code en Matlab est déjà disponible avec ses sous-routines qui ont pour but de fournir les données nécessaires en ce qui concerne les opérateurs de l'algorithme génétique au programme principal. Alors, il suffit d'insérer les données de défaillance et de maintenance pour aboutir aux résultats rassemblés dans le tableau IV.14 :

Partie levage			
Exécution	Topt_Heure_gen (xo)	Topt_jour_gen (xo/24)	Cmin (fo_gen) DA
1	1500.6	62.5253	5792.7
2	1625.0	67.7063	5815.2
3	1552.0	64.6654	5794.0
4	1553.7	64.7378	5794.2
5	1383.2	57.6319	5837.4
6	1530.7	63.7800	5792.0
7	1523.2	63.4648	5791.8
8	1508.7	62.8641	5792.1
9	1397.4	58.2256	5828.2
10	1424.3	59.3467	5813.7
Partie rotation			
Exécution	Topt_Heure_gen (xo)	Topt_jour_gen (xo/24)	Cmin (fo_gen) DA
1	1639.9	68.3286	4478.4
2	1601.2	66.7174	4479.4
3	1757.9	73.2439	4482.8
4	1618.0	67.4151	4478.8
5	1671.5	69.6468	4478.6
6	1661.7	69.2375	4478.4
7	1560.2	65.0088	4481.9
8	1720.4	71.6839	4480.3
9	1593.5	66.3956	4479.7
10	1639.3	68.3039	4478.4

Tableau IV.14 : T_{optimal} et C_{minimal} obtenus par l'algorithme génétique (Cas de la grue).

❖ **Commentaire :**

On remarque toujours l'influence de l'aspect aléatoire de la technique de l'algorithme génétique sur la stabilité des résultats. A chaque exécution, le programme donne des valeurs différentes aux précédentes mais ça tournent toujours dans un intervalle incluant la solution exacte représentée dans le tableau IV.14 en rouge, et par comparaison avec les deux méthodes précédentes (Tableau IV.15) les résultats sont semblables.

Partie	solution exacte	solution approchée	Erreur _{absolue}	Erreur _{relative}
Levage	5791.7	5791.8	0.1	$1,72.10^{-5}$
Rotation	4478.4	4478.4	0	0

Tableau IV.15 : Comparaison des résultats du 2^{ème} cas

IV.3.2.5 Interprétation des résultats de 2^{ème} cas:

Les résultats obtenus dans cette application montrent que la partie levage de la grue doit subir une révision partielle après Soixante-trois (63) jours de fonctionnement, et pour la partie rotation c'est après soixante-huit (68) jours de fonctionnement. Donc, ces deux parties subiront une révision générale après vingt et un (21) mois pour la partie levage et presque vingt-trois (23) mois pour la partie rotation, c'est-à-dire après dix (10) révisions partielles pour chacune. Mais comme ces deux parties sont des sous-systèmes du système global qui est la grue et pour que les arrêts de maintenance préventive ne soient pas fréquents, il faut crier des occasions pour l'exécution des opérations de maintenance sur les deux parties à la fois. Alors, on doit réarranger les périodicités si c'es possible en prenant une période commune pour mettre en œuvre la révision partielle ce qui permet d'éviter la pénalisation de la disponibilité de cette grue.

IV.4 Validation du programme de l'algorithme génétique:

Pour valider les résultats obtenus par le programme de l'algorithme génétique, le MATLAB fournit un outil s'appelle « optimization tool» nous permet de confirmer que notre programme fonctionne correctement en comparant nos résultats avec ceux de cet outil. En tapant gatool dans la fenêtre de commande puis entrée, l'interface présentée dans la figure IV.4 s'affichera automatiquement.

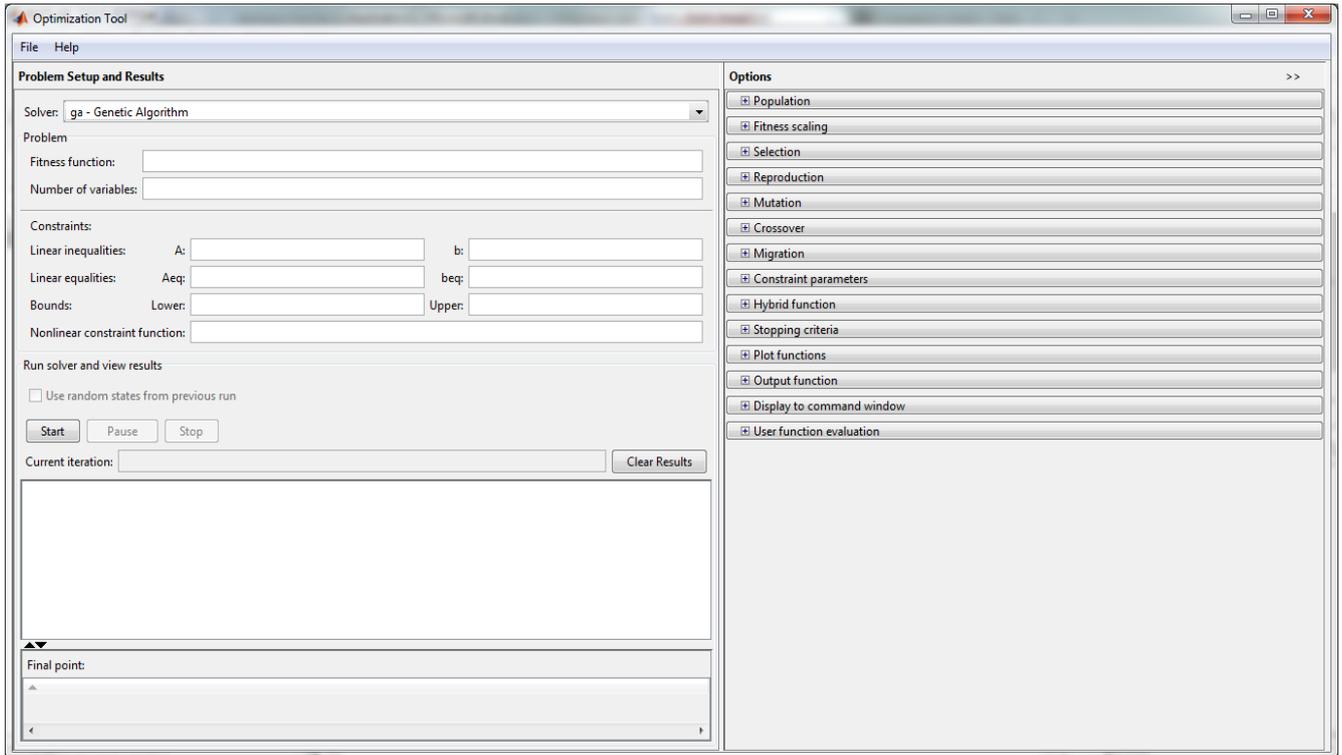


Fig. IV.4 : l'interface de l'outil « optimization tool » du MATLAB

A gauche de cette interface on remplit les données de notre problème dans la partie haut tel que le nom de la fonction, le nombre de variable et les limites inférieure et supérieure des variables...etc., et en bas s'affichera les résultats du programme. A droite, se trouve les options de l'algorithme génétique qu'on peut les modifier selon notre problème. Une fois l'insertion des données est faite, il suffit de cliquer sur "start" l'outil commence les itérations afin de trouver la solution optimale.

Note : la fonction objective devrait être déclarée auparavant sur Matlab et enregistrée dans le dossier de travail. L'outil d'optimisation fait appelle a cette fonction cachée après la saisie de leur nom dans la case fonction objective « fitness function » précédé par le signe @ (voir figure IV.5).

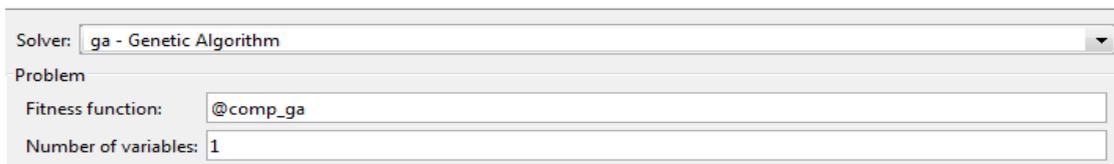
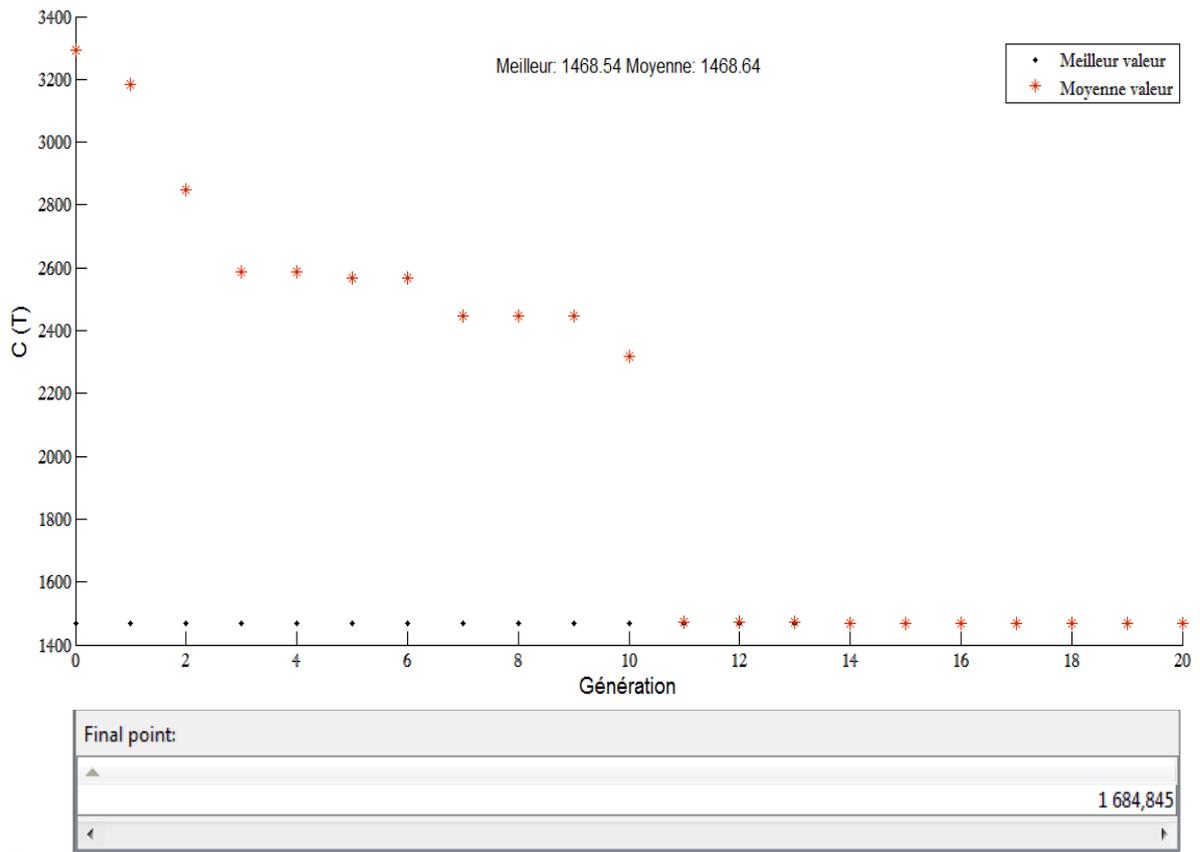


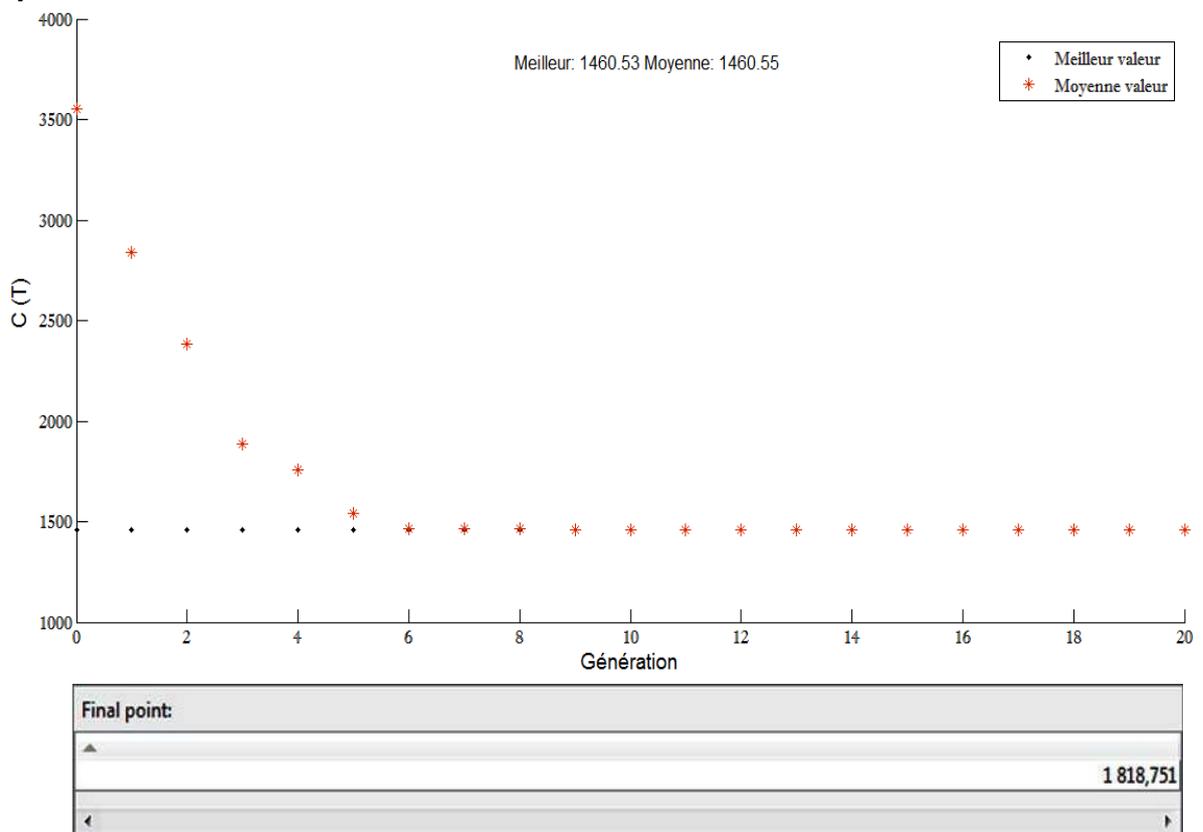
Fig. IV.5 : Insertion de la fonction objectif dans l'outil d'optimisation.

Les résultats de trois exécutions sont présentés dans la figure IV.6 :

a)



b)



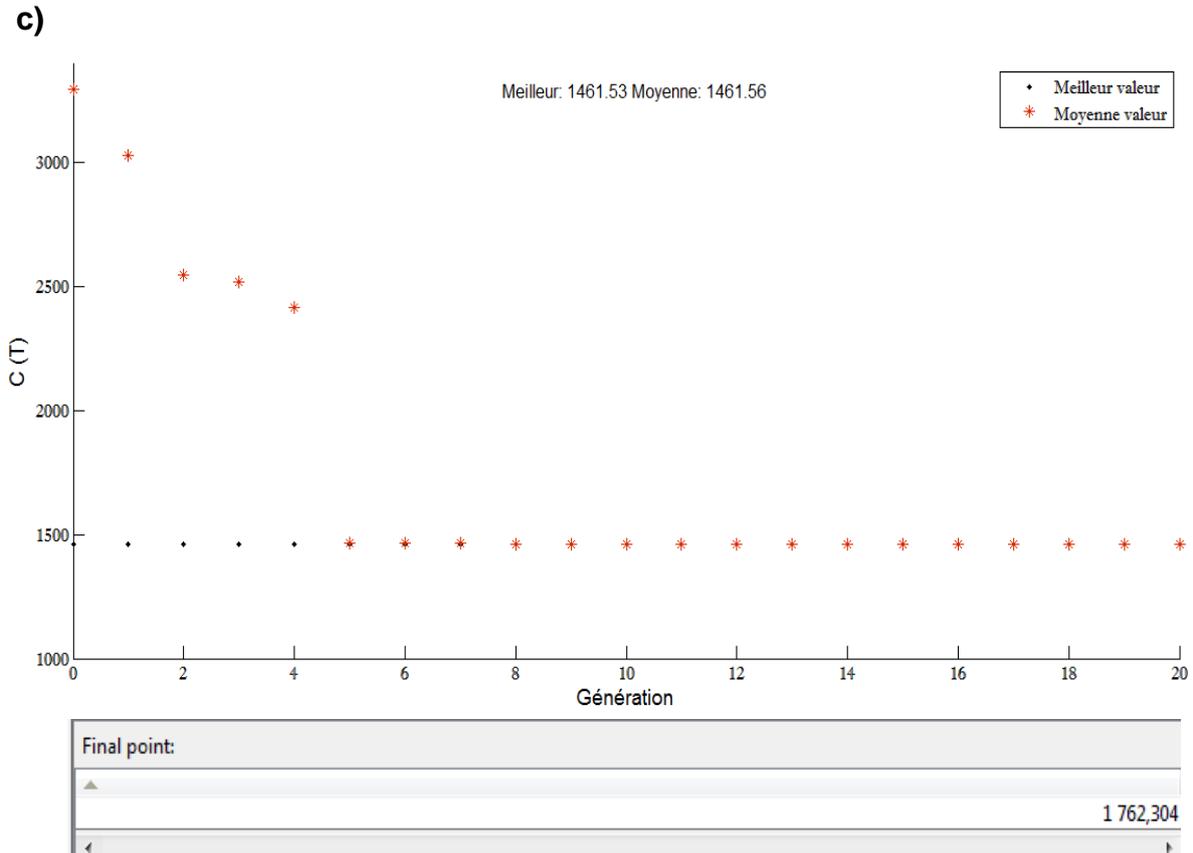


Fig. IV.6 : T_{optimal} et C_{minimal} obtenus par l'outil d'optimisation du Matlab (Cas du compresseur).

- a) 1^{ère} exécution
- b) 2^{ème} exécution
- c) 3^{ème} exécution

❖ **Commentaire :**

Lors de la 1^{ère} exécution le programme atteint la valeur minimale du coût dans la quatorzième génération et une erreur absolue égale à 8 et une erreur relative de 0.5%, bien que dans la 2^{ème} exécution le programme a convergé vers la solution pendant la neuvième génération avec plus de précision clarifiée par l'erreur absolue qui est égale à 0. L'outil a été plus rapide dans la 3^{ème} exécution en atteignant la valeur minimale du coût à la huitième génération mais moins précis par rapport à la 2^{ème} exécution avec une erreur absolue égale à 1 ce qui implique une erreur relative de 0.06%. On peut dire maintenant que notre programme réalisé en Matlab fonctionne correctement en comparant ces résultats avec ceux de l'outil d'optimisation du logiciel.

IV.5 Conclusion :

Les applications faites dans ce chapitre montrent l'importance de l'optimisation de la maintenance préventive en réduisant le coût global de cette dernière et en améliorant les périodicités afin d'éviter de pénaliser les systèmes en terme de disponibilité. Globalement, on constate une efficacité de la méthode des algorithmes génétique. Ce type de technique est totalement adapté à l'utilisation dans le domaine d'optimisation en cherchant à minimiser une fonction quelconque ce qui est démontré par les résultats satisfaisants fournis par cette méthode dans les cas étudiés dans ce dernier chapitre.

Conclusion générale :

Après avoir examiné la littérature, on a vu que l'optimisation de la maintenance devrait maintenant bouger vers le développement des modèles et des algorithmes en incluant les aspects dynamiques et stochastiques des affaires actuelles de tel sorte qu'on pourra optimiser simultanément les politiques de maintenance et les différents aspects de gestion des tâches.

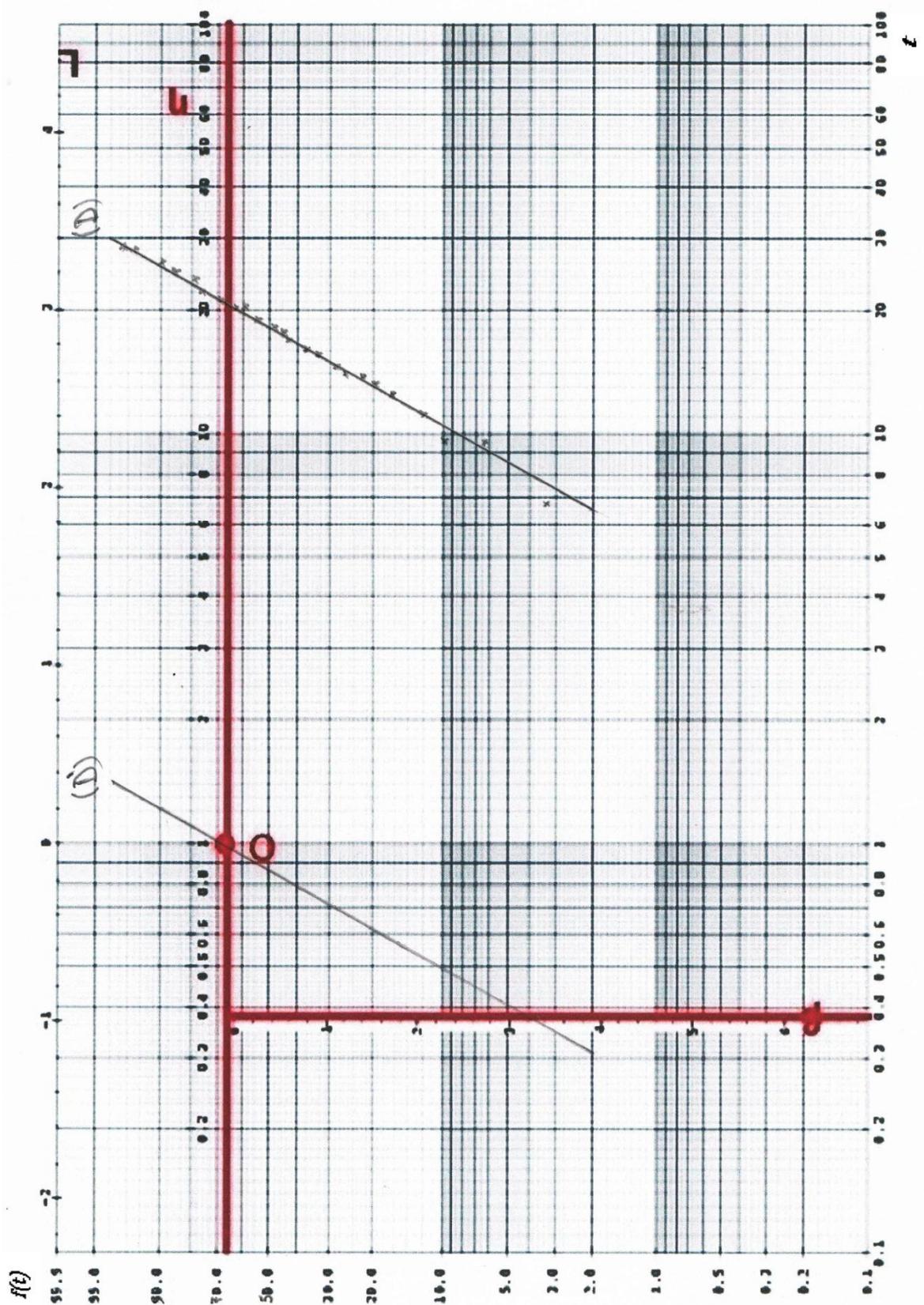
Les méthodes de résolution exacte ne peuvent trouver des solutions que sous certaines hypothèses alors que ces hypothèses ne sont pas disponibles dans le domaine de technique où généralement très peu de connaissances sur le comportement de la fonction objectif sont fournies.

Les méthodes d'optimisation stochastiques ont une grande capacité à trouver l'optimum global d'une fonction. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent ni un point de départ, ni la connaissance du gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Parmi ces méthodes, les algorithmes génétiques occupent une place particulière.

La maintenance a pour objectif d'améliorer la disponibilité des systèmes et de réduire la fréquence de défaillances afin de minimiser ses coûts globaux. La maintenance préventive n'est efficace que dans le cas d'un taux de défaillance croissant, par conséquent avant la mise en œuvre d'une politique de maintenance préventive, il est d'abord nécessaire de s'assurer de cela.

Les applications des algorithmes génétiques sont très diverses dans le domaine de la maintenance préventive. Dans ce mémoire, on a travaillé sur une fonction objective simple pour qu'on puisse comparer les résultats obtenus par l'algorithme génétique avec ceux des méthodes déterministes. Après l'analyse de la solution fournie par l'algorithme génétique dans la première application concernant la minimisation du coût de la maintenance préventive du compresseur on n'a trouvé aucune différence par rapport aux résultats des méthodes de résolution exactes, et la même chose pour la deuxième application sauf que dans cette dernière il était recommandé de réarranger les périodicités des interventions de la maintenance préventive partielles des sous-systèmes afin d'éviter la pénalisation de la disponibilité de la grue. Finalement, on a pu confirmer que les algorithmes génétiques présentent une très grande efficacité dans le domaine d'optimisation et fournissent des résultats très proches à la solution exacte.

➤ Papier de WEIBULL (détermination des paramètres β et η)



➤ Niveau de signification α

N	Niveau signification α				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
1	0.900	0.925	0.950	0.975	0.995
2	0.684	0.726	0.776	0.842	0.929
3	0.565	0.597	0.642	0.708	0.828
4	0.694	0.525	0.564	0.624	0.733
5	0.446	0.474	0.510	0.565	0.699
6	0.410	0.436	0.470	0.521	0.618
7	0.381	0.405	0.438	0.586	0.577
8	0.358	0.381	0.411	0.457	0.543
9	0.339	0.360	0.388	0.432	0.514
10	0.322	0.342	0.368	0.410	0.590
11	0.307	0.326	0.352	0.391	0.468
12	0.295	0.313	0.338	0.375	0.450
13	0.284	0.302	0.325	0.361	0.433
14	0.274	0.292	0.314	0.349	0.418
15	0.266	0.283	0.304	0.338	0.404
16	0.285	0.274	0.295	0.328	0.392
17	0.250	0.266	0.286	0.318	0.381
18	0.244	0.259	0.278	0.309	0.371
19	0.237	0.252	0.272	0.301	0.363
20	0.231	0.246	0.264	0.294	0.356
25	0.21	0.22	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.20	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.19	0.21	0.23	0.27
>35	$\frac{1,07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{N}}$

➤ *Code de calcul pour la dérivation simple*

```

clear all
close all
clc
%*****%

Insertion des données (cc,cov,cp,beta,nu,alfa,k)

A0=1;
for j=1:k-1
A0=A0+exp(j*alfa);
end

A1=(nu^beta)/(beta-1);
A2=(k-1)*cp+cov;
A3=cc*A0;

T= (intervalle de variation de T);

C=(((T.^(beta-1))*cc*A0)/(k*(nu^beta)))+(A2./(k*T));

TT=(A1*(A2/A3))^(1/beta)

T1=TT/24

Cmin=(((TT.^(beta-1))*cc*A0)/(k*(nu^beta)))+(A2./(k*TT)) %C(Toptimum)

plot(T,C);

```

➤ *Programme de la méthode du nombre d'or*

```

clear all
close all
clc
%*****%

f = inline('C(x)', 'x');
a = limite inférieur de l'intervalle ;
b = limite supérieur de l'intervalle;
r =(sqrt(5)-1)/2;
TolX = 1e-4;
TolFun = 1e-4;
MaxIter = 100;
[xo, fo] = opt_gs(f, a, b, r, TolX, TolFun, MaxIter)
x_jr=xo/24

```

➤ **Programme de l'algorithme génétique**

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%ALGORITHME GENETIQUE%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
close all
clc

%*****%

Np = 50;           % Taille de la population
Nb = [20];        % nombre de bits pour chaque chromosome
Pc = 0.5;         % probabilité de croisement
Pm = 0.01;        % probabilité de mutation
eta = 1;

kmax = 100;       % maximum d'itérations
l = [100];        % basse bonde
u = [5000];       % haute bonde

x0 = [1000];      % valeur approchée

f = inline('C(x)', 'x');

[xo_gen, fo_gen] = genetic(f, x0, l, u, Np, Nb, Pc, Pm, eta, kmax);

Cmin=fo_gen

Tmin_Heure_gen=xo_gen

Tmin_Jour_gen=xo_gen/24
```

➤ **Nomenclature :**

MP : Maintenance préventive

MC : Maintenance corrective

COX : Centrale à oxygène

TBF : Temps de bon fonctionnement

TTR : Temps total de réparation

References:

1. Dekker, R., 1996, "Applications of maintenance optimization models: A review and analysis", *Reliability Engineering and System Safety*, 51(3):229-240.
2. Dekker, R., Scarf, P.A., 1998, "On the impact of optimization models in maintenance decision making: the state of the art", *Reliability Engineering and System Safety*, 60(2):111–119.
3. Sandve, K., Aven, T., 1999, "Cost optimal replacement of monotone, repairable systems", *European Journal of Operational Research*, 116(2):235–248.
4. Boschian, V., Rezg, N., Chelbi, A., 2009, "Contribution of simulation to the optimization of maintenance strategies for a randomly failing production system", *European Journal of Operational Research*, 197(3):1142–1149.
5. Chung, S.H., Lau, H.C.W., Ho, G.T.S., Ip, W.H., 2009, "Optimization of system reliability in multi-factory production networks by maintenance approach", *Expert Systems with Applications*, 36(6):10188–10196.
6. Ghosh, D., Roy, S., 2009, "Maintenance optimization using probabilistic cost-benefit analysis", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 22(4):403-407.
7. Samrout, M., Châtelet, E., Kouta, R., Chebbo, N., 2009, "Optimization of maintenance policy using the proportional hazard model", *Reliability Engineering and System Safety*, 94 (1): 44-52.
8. Dedopoulos, I.T., Smeers, Y., 1998, "An age reduction approach for finite horizon optimization of preventive maintenance for single units subject to random failures", *Computers and Industrial Engineering*, 34(3):643-654.
9. Tsai, Y.T., Wang, K.S., Teng, H.Y., 2001, "Optimizing preventive maintenance for mechanical components using genetic algorithms", *Reliability Engineering and System Safety*, 74(1):89-97.
10. Park, D.H., Jung, G.M., Yum, J.K., 2000, "Cost minimization for periodic maintenance policy of a system subject to slow degradation", *Reliability Engineering and System Safety*, 68(2):105-112.
11. Duarte, J.A.C., Craveiro, J.C.T.A., Trigo, T.P., 2006, "Optimization of the preventive maintenance plan of a series components system", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 83(4):244-248.
12. Hsu, L.F., 1999, "Simultaneous determination of preventive maintenance and replacement policies in a queue-like production system with minimal repair", *Reliability Engineering and System Safety*, 63(2):161-167.
13. Levitin G, Lisnianski, A., 2000, "Optimization of imperfect preventive maintenance for multi-state systems", *Reliability Engineering and System Safety*, 67(2):193-203.
14. Zhao, Y.X., 2003, "On preventive maintenance policy of a critical reliability level for system subject to degradation", *Reliability Engineering and System Safety*, 79(3):301-308.
15. Bartholomew-Biggs, M., Zuo, M., Christianson, B., 2006, "Optimizing preventive maintenance models", *Journal of Computational Optimization and Applications*, 35:261–279.
16. Apeland, S., Aven, T., 2000, "Risk based maintenance optimization: foundational issues" *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 67, No. 3, pp. 285-292.

17. Vatn, J., Hokstad, P., Bodsberg, L., 1996, "An overall model for maintenance optimization" *Reliability Engineering and System Safety*, 51(3):241-257.
18. Aven, T., Castro, I.T., 2008, "A minimal repair replacement model with two types of failure and a safetyconstraint", *European Journal of Operational Research*, Vol. 188, No. 2, pp. 506-515.
19. Vatn, J., Aven, T., 2010, "An approach to maintenance optimization where safety issues are important", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 95, No. 1, pp. 58-63.
20. Allaoui, H., Artiba, A., 2010, "Integrating simulation and optimization to schedule a hybrid flow shop with maintenance constraints", *Computers and Industrial Engineering*, 47(4):431-450.
21. Rezg, N., Chelbi, A., Xie, X., 2005, "Modeling and optimizing a joint inventory control and preventive maintenance strategy for a randomly failing production unit: analytical and simulation approaches", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 18(23):225-235.
22. J. Puchinger et G. R. Raidl. Combining metaheuristics and exact algorithms in combinatorial optimization : A survey and classification, in proceedings of the first international work-conference on the interplay between natural and artificial computation. Springer (Ed), Las Palmas, Spain, LNCS :41–53, 2005.
23. A. H. Land et A. G. Doig. an automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28 :497–520, 1960.
24. A. Schrijver. *Theory of linear and integer programming*. Wiley and Sons, 1986.
25. R. Fletcher, C. M. Reeves "Function minimisation by conjugual gradients" *Computer Journal*, No. 7, pp. 148-154, 1964.
26. R. Fletcher, "Practical Methods of Optimization" John Wiley & Sons, ISBN 0-471-49463-1, 1987.
27. W.H. Press "Numerical Recipes in C: The art of Scientific Computing" Cambridge University Press, ISBN 0-521-43108-5, 1992.
28. J.C. Culioli, "Introduction à l'optimisation" Ellipses, ISBN 26729-89428-4, 1994.
29. M. Minoux, "Programmation mathématique : Tome 1 Théorie et algorithmes" Ed. Dunod, 1983.
30. K. Schittkowski, "On the convergence of a sequential quadratic programming method with an augmented Lagrangian line search function", *Mathematische Operationsforschung and Statistik, Series optimisation* 14, 1983.
31. M.J.D. Powell, "An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivations" *Computer Journal*, Vol. 7, pp. 155-162, 1965.
32. Y. Cherruault, " Optimisation: méthodes locales et globales" Presses Universitaires de France, ISBN 2613064991064, 1999.
33. S. S. Rao "Engineering Optimisation, Theory and Practice" John Wiley & Sons, 1996.

34. J.A. Nelder, R. Mead, "A Simplex Method for function Minimisation" *Computer Journal*, Vol. 7, pp. 308-312, 1965.
35. H.P. Schwefel "Evolution and Optimum Seeking- Sixth generation Computer Technology Series" John Wiley & Sons, New York, 1996.
36. B. Sareni "Méthodes d'optimisation multimodales associées à la modélisation numérique en électromagnétisme » Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon, 1999.
37. T. Elperin "Monte Carlo structural optimisation in discrete variables with annealing algorithm" *International Journal for numerical methods in engineering*, Vol. 26, pp. 815-821, 1988.
38. G. S. Fishman "Monte Carlo, concepts, Algorithms and Applications" Springer-Verlag, New York, 1997.
39. S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, et K. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *science*. 220 :671–680, 1983.
40. V. Cerný. A thermodynamical approach to the traveling salesman problem : an efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45(1) :41–51, 1985.
41. N. Metropolis, M. N. Rosenbluth, et H. A. Teller. Equation of state calculation by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21(6): 1087-1092, 1953.
42. F. Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 13:533–549, 1986.
43. P. Hansen. The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. présenté au Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italie, 1986.
44. F. Glover et M. Laguna. Tabu search. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, second edition, 1997.
45. Ch. Darwin, "The origin of species by means of natural selection" John Marray London, 1859.
46. J. H. Holland "Adaptation in natural and artificial systems" University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
47. I. Rechenberg "Evolution Strategy" In Zarada *Computational Intelligence: Imitating Life*, pp.147-159, 1994.
48. L.J. Fogel "Evolutionary Programming in Perspective: The top-Dawn View" *Computational Intelligence: Imitating Life*, in Zarada, pp. 135-146, 1994.
49. J.R. Koza "Genetic Programming" Cambridge, MA, MIT Press, 1992.
50. R. Storn, K. Price "Minimizing the real functions of the ICEC'96 contest by Differential Evolution" *International Conference on Evolutionary computation*, Nagoya, Japon, 1996.
51. U. Pahner, K. Hameyer "Adaptive Coupling of Differential Evolution and Multiquadrics Approximation for the tuning of the optimization process" *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, No. 4, pp. 1047-1051, July 2000.

52. John Holland. Outline for a logical theory of adaptive systems. *Journal of the Association of Computing Machinery*, 3, 1962.
53. D.E Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Reading MA Addison Wesley, 1989.
54. D.E Goldberg. Real-coded genetic algorithms, virtual alphabets and blocking. *Complex Systems*, 5:139–167, 1991.
55. A.H. Wright. Genetic algorithms for real parameter optimization. In *Proceeding of the Foundation Of Genetic Algorithms*. FOGA, 1991.
56. Z. Michalewicz and C.Z. Janikov. Handling constraints in genetical gorithms. In *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithm*. ICGA, 1991.
57. C.L. Bridges and D.E. Goldberg. An analysis of multipoint crossover. In *Proceedings of the Foundation Of Genetic Algorithms*. FOGA, 1991.
58. L.J. Fogel, A.J. Owens, and M.J. Walsh. *Artificial Intelligence Through Simulated Evolution*. Wiley and sons. NY, 1966.
59. O. Hajji. Contribution au développement de méthodes d'optimisation stochastiques. Application à la conception des dispositifs électrotechniques. I2ep.univ-lille1, 2003.
60. Sheu, S.H., Lin, Y., Liao, G., 2006. Optimum policies for a system with general imperfect maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, 91, 362-369.
61. Pham, H., Wang, H., 1996. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research*, 94, 425-438.
62. Thomas, LC, 1986. A survey of maintenance and replacement models of multi-item systems. *Reliability Engineering*, 16; 297-309.
63. Valdez-Flores, C, Feldman, R.M, 1989. A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. *Naval Research Logistics*, 36, 419-446.
64. Cho, I.D, Parlar, M, 1991. A survey of maintenance models for multi-unit systems. *European Journal of Operational Research*, 51, 1-23.
65. Van Der Duyn Schouten, F, 1996. Maintenance policies for multicomponent systems. In: Ozekici, S. (Ed.), *Reliability and maintenance of complex systems*. NATO ASI series, vol. 154, Springer, Berlin, Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Current Issues and Challenges in the Reliability and Maintenance of Complex Systems, Kemer-Antalya, Turkey, June 12–22, 1995, pp. 117–136.
66. Dekker, R. Wildman, R.E., Van Der Duyn Schouten, F.A., 1997. A review of multicomponent maintenance models with economic dependence. *Mathematical Methods of Operational Research*, 45/3, 411-435.
67. Wang H., 2002. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, 139, 469-489.
68. Barlow, R.E., Hunter, L.C., 1960. Optimum preventive maintenance policies. *Operation Research*, 8, 90-100.

69. Tahara, A., Nishida, T., 1975. Optimal replacement policy for minimal repair model. *Journal of Operations Research Society of Japan*, 18, 113-124.
70. Nakagawa, T., 1984. Optimal policy of continuous and discrete replacement with minimal repair at failure. *Naval Research Logistics Quarterly*, 31, 543-550.
71. Sheu, S., Kuo, C., Nakagawa, T., 1993. Extended optimal age replacement policy with minimal repair. *RAIRO: Recherche Opérationnelle*, 27, 337-351.
72. Sheu, S., Griffith, W.S., Nakagawa, T., 1995. Extended optimal replacement model with random minimal repair costs. *European Journal of Operational Research*, 83, 636- 649.
73. Block, H.W., Langberg, N.A., Savits, T.H., 1993. Repair replacement policies. *Journal of Applied Probability*, 30, 194-206.
74. Wang, H., Pham, H., 1999. Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems. *Annals of Operations Research*, 91, 305-318.
75. Pham, H., Wang, H., 1996. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research*, 94, 425-438.
76. Liu, X., Makis, V., Jardine, A.K.S., 1995. A replacement model with overhauls and repairs. *Naval Research Logistics*, 42, 1063-1079.
77. Berg, M., Epstein, B., 1976. A modified block replacement policy. *Naval Research Logistics*, 23, 15-24.
78. Tango, T., 1978. Extended replacement policy with used items. *Journal of Applied Probability*, 15, 560-572.
- 79.a. Nakagawa, T., 1981a. A summary of periodic replacement with minimal repair at failure. *Journal of Operations Research Society of Japan*, 24, 213-228.
- 79.b. Nakagawa, T., 1981b. Modified periodic replacement with minimal repair at failure. *IEEE Transactions on Reliability*, R30, 165-168.
80. Gertsbakh, I., 2000. *Reliability Theory: with applications to preventive maintenance*. Springer, Berlin.
81. Zheng, X., Fard, N., 1991. A maintenance policy for repairable systems based on opportunistic failure rate tolerance. *IEEE Transactions on Reliability*, 40, 237-244.
82. Jayabalan, V., Chaudhuri, D., 1995. Replacement policies: a near optimal algorithm. *IIE Transactions*, 27, 784-788.
83. Nguyen, D.G., Murthy, D.N.P., 1981. Optimal repair limit replacement policies with imperfect repair. *Journal of Operational Research Society*, 32, 409-416.
84. Kijima, M., Nakagawa, T., 1992. Replacement policies of a shock model with imperfect preventive maintenance. *European Journal of Operations Research*, 57, 100-110.
85. Hastings, N.A.J., 1969. The repair limit method. *Operational Research Quarterly*, 20, 337- 349.

86. Wang, H., Pham, H., 1996. Optimal maintenance policies for several imperfect maintenance models. *International Journal of Systems Science*, 27, 543-549.
87. Nakagawa, T., Osaki, S., 1974. The optimum repair limit replacement policies. *Operational Research Quarterly*, 25, 311-317.
88. Dohi, T., Matsushima, N., Kaio, N., Osaki, S., 1997. Nonparametric repair-limit replacement policies with imperfect repair. *European Journal of Operational Research* 96 (2), 260–273.
89. Thomas, LC., 1986. A survey of maintenance and replacement models of multi-item systems. *Reliability Engineering*, 16; 297-309.
90. Dekker, R. Wildman, R.E., Van Der Duyn Schouten, F.A., 1997. A review of multicomponent maintenance models with economic dependence. *Mathematical Methods of Operational Research*, 45/3, 411-435.
91. Gerstbakh, I.B., 1984. Optimal group preventive maintenance of a system with observable state parameter. *Advances in Applied Probability*, 16, 923-925.
92. Vergin, R.C., Scriabin, M., 1977. Maintenance scheduling for multi-component equipment. *AIIE Transactions*, 9, 297-305.
93. Love, C.E., Rodger, A., Blazenko, G., 1982. Repair limit policies for vehicle replacement. *INFOR*, 20, 226-236.
94. Sheu, S., Jhang, J., 1997. A generalized group maintenance policy. *European Journal of Operational Research*, 96, 232-247.
95. Wildeman, R.E., Dekker, R., Smit, A.C.J.M., 1997. A dynamic policy for grouping maintenance activities. *European Journal of Operational Research*, 99, 530-551.
96. Assaf, D., Shanthikumar G.J., 1987. Optimal group maintenance policies with continuous and periodic inspections. *Management Science*, 33, 1440-1452.
97. Sheu, S.H., 1991. A generalized block replacement policy with minimal repair and general random repair costs for a multi-unit system. *Journal of the Operational Research Society*, 42, 331-341.
98. Van Dijkhuizen, G., van Harten, A., 1997. Optimal clustering of frequency-constrained maintenance jobs with shared setups. *European Journal of Operational Research*, 99 (3), 552-564.
99. Goyal, S.K., 1973. Determination of economic packaging frequency for items jointly replenished. *Management Science*, 20, 293-298.
100. Goyal, S.K., Kusy, M.I., 1985. Determining economic maintenance frequency for a family of machines. *Journal of the Operational Research Society*, 36, 1125-1128.
101. Goyal, S.K, Gunasekaran, A., 1992. Determining economic maintenance frequency for a family of machines. *International Journal of Systems Science*, 4, 655-659.
102. Berg, M., 1976. Optimal replacement policies for two-unit machines with increasing running costs. *Stochastic Processes and Applications*, 5, 89-106.

103. Berg, M., 1978. General trigger-off replacement procedures for two-unit systems. *Naval Research Logistics*, 25, 15-29.
104. Nakagawa, T., Murthy, D.N.P., 1993. Optimal replacement policies for a two-unit system with failure interactions. *RAIRO: Recherche Opérationnelle*, 27, 427-438.
105. Dagpunar, J.S., 1996. Maintenance model with opportunities and interrupt replacement options. *Journal of the Operational Research Society*, 47, 1406-1409.
106. Pham, H., Wang, H., 2000. Optimal (τ, T) opportunistic maintenance of a k-out-of-n : G system with imperfect PM and partial failure. *Naval Research Logistics*, 47, 223-239.
107. Wang, H., Pham, H., Izundu, A.E., 2001. Optimal preparedness maintenance of multi-unit systems with imperfect maintenance and economic dependence. In : Pham, H. (Ed.), *Recent Advances in Reliability and Quality Engineering*. World Scientific, New Jersey, pp. 75-92.
108. Das, K., Lashkari, R.S., Sengupta, S., 2007. Machine reliability and preventive maintenance planning for cellular manufacturing systems. *European Journal of Operational Research*, 183, 162-180.
109. Vassiliadis, C.G., Pistikopoulos, E.N., 2001. Maintenance scheduling and process optimization under uncertainty. *Computers and Chemical Engineering*, 25, 217–236.
110. Bâckert, W. Rippin, D.W.T., 1985. The determination of maintenance strategies for plants subject to breakdown. *Computers and Chemical Engineering*, 9, 113-126.
111. Wang, H. Pham, H., 2007. Availability and maintenance of series systems subject to imperfect repair and correlated failure and repair. *European Journal of Operational Research*, 174, 1706-1722.
112. Kardon, B. Fredendall, L.D., 2002. Incorporating overall probability of system failure into a preventive maintenance model for serial system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 8 (4), 331-345.
113. Tam, A.S.B., Chan, W.M., and Price, J.W.H., 2006. Optimal maintenance intervals for multi-component system. *Production Planning & Control*, 17 (8), 769-779.
114. Huang, J., Okogbaa, O.G., 1996. A heuristic replacement scheduling approach for multiunit systems with economic dependency. *International Journal of Reliability, quality and Safety Engineering*, 3, 1-10.
115. Rao, A. N., Bhadhury, B., 2000. Opportunistic maintenance of multi-equipment systems: A case study. *Quality and Reliability Engineering International*, 16 (6), 487-500.
116. Van der Duyn Schouten, F.A., Vanneste, S.G., 1990. Analysis and computation of (n, N) - strategies for maintenance of a two-component system. *European Journal of Operational Research*, 48, 260-274.
117. Dekker, R., Roelvink, I.F.K., 1995. Marginal cost criteria for preventive replacement of a group of components. *European Journal of Operational Research*, 84, 467-480.
118. Zheng, X., Fard, N., 1992. Hazard-rate tolerance method for an opportunistic-replacement policy. *IEEE Transactions on Reliability*, 41 (1), 13-20.

119. Duarte, J.A.C, Craveiro, J.C.T.A., Trigo, T.P., 2006. Optimization of the preventive maintenance plan of a series components system. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 83, 244-248.
120. Samrout, M. Yalaoui, F. Châtelet, E. Chebbo, N., 2005. New method to minimize the preventive maintenance cost of series-parallel systems using ant colony optimization. *Reliability Engineering and System Safety*, 89, 346-354.
121. Tan, J.S., Kramer, M.A., 1997. A general framework for preventive maintenance optimization in chemical process operations. *Computers and Chemical Engineering*, 21 (12), 1451–1469.
122. Charles, A.S., Floru, I.R., Pantel, C., Pibouleau, L., and Domenech, S., 2003. Optimization of preventive maintenance strategies in a multipurpose batch plant: application to semiconductor manufacturing. *Computers and Chemical Engineering*, 27, 449-467.
123. LAGGOUNE Radouane, HADDAD Cherifa, 2012 ; " optimisation de la maintenance des équipements de manutention du terminal a conteneurs de Bejaia (BMT)".